

差分格子ボルツマン法によるエッジトーンの直接計算

DIRECT SIMULATION OF EDGE-TONES BY THE LATTICE BOLTZMANN METHOD

葛原 道久, 四方 憲治, 片岡 武, 田村 明紀

Michihisa TSUTAHARA, Kenji SHIKATA, Takeshi KATAOKA and Akinori TAMURA

神戸大学大学院自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

Two-dimensional direct numerical simulation of the edge-tones by the finite difference lattice Boltzmann method (FDLBM) is reported. We use a new lattice BGK compressible fluid model that has an additional term and allow larger time increment comparing the conventional FDLBM, and also use a boundary fitted coordinates. We have succeeded in capturing very small pressure fluctuations result from periodical oscillation of jet around the edge. That pressure fluctuations propagate with the sound speed. It is clarified that the sound wave generated in rather wide region and individual vortices do not affect the sound wave propagation. We prospected the process in which frequency of edge-tones became constant in the different Mach numbers. We showed that the frequency of edge-tones depends on the jet flow speed and the Mach number.

Key Words: Edge-tones, Compressible fluid, Lattice Boltzmann method, Aerodynamic sound

1. 緒論

流れ場に物体が存在する時, 流れと物体の干渉により流体音が発生する. 流体音の1つであるエッジ音は, 噴流とくさびの相互干渉により音が発生し, 音が上流の噴流に影響する. このフィードバック機構を有するエッジ音の理論検証⁽¹⁾⁽²⁾や実験⁽³⁾は古くから行われている. また流れと音場を分けて計算する手法によるエッジ音の数値計算例⁽⁴⁾も, 報告されている. しかしエッジ音を含む空力音の直接数値計算は, 音圧の変動が流体の圧力変動に対して非常に微小であること, また音波の測定範囲が広範囲に及ぶため, 広くの計算領域を設定する必要があることなどの理由により, 計算機に対する負荷が大きいことから困難であった. 近年では計算機が発達し, 高い精度の数値計算スキーム⁽⁵⁾による流体音の数値計算がさかんに行われるようになり, エオルス音の直接計算⁽⁶⁾も報告されている.

これまでの差分格子ボルツマン法(FDLBM)による流体音の研究では, エオルス音の数値計算⁽⁷⁾が行われている. その結果, Karman 渦列の発生周期に同期した 2 重極音を捕らえており, 良い精度で音場の直接計算が可能である事が確認されている. これまでの FDLBM を用いたエッジ音の研究⁽⁸⁾より, ノズル出口の上下壁面近傍から発生する渦に同期したエッジ音を捕らえると共に, フィードバックと考えられる現象も捕らえられている. そこで今回は, 噴流の流速および Mach 数を変化させた時に発生するエッジ音の変化を考察し, 本手法によるエッジ音の直接計算の有効性を確認する.

2. 基礎理論

2.1 2次元圧縮性モデルと離散BGK方程式

格子ボルツマン法(LBM)は, 従来の Navier-Stokes 方程式等の流れの運動方程式を何らかの方法で離散化して解く手法とは異なり, 流体を衝突と並進を繰り返す多数の離散的粒子の集合体と考え, それらの規則的な粒子運動を計算することで, 巨視的な流体運動を模擬する事を可能にした流体の数値計算法⁽⁷⁾である. また差分格子ボルツマン法は LBM に差分スキームを導入し, 格子と離散的粒子速度を独立に扱えるようにした手法である. 本研究では流体の圧縮性を考慮し, 離散的粒子速度には正方格子の 2 次元 21 速度(2D21V)モデルを用いる. 粒子は格子点上に静止するか, または 1 タイムステッ

ブ間に離散的粒子速度の格子に従って i 方向($i=1, 2, \dots, 8$)に移動する. 衝突には粒子の質量, 運動量およびエネルギーを保存するような衝突則にしたがって各格子点上で同時に行われる. これら一連の粒子運動は, 時刻 t , 位置 \mathbf{x} の格子点上で速度を持つ粒子数密度を表す分布関数 $f_i(\mathbf{x}, t)$ を用いて次式で表される.

$$\frac{\partial f_{\sigma i}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{c}_{\sigma i} \cdot \nabla f_{\sigma i}(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\phi} [f_{\sigma i}(\mathbf{x}, t) - f_{\sigma i}^{(0)}(\mathbf{x}, t)] \quad (1)$$

ここで ϕ は単一時間緩和係数, 添え字のうち σ は後述するように粒子速度の種類を表し, i は粒子の運動方向を表している. $f_i^{(0)}$ は局所平衡分布関数である. 右辺の衝突演算は, 衝突により粒子分布が平衡に向かうことを表し, このモデルを離散 BGK モデルと呼ぶ.

局所平衡分布関数は圧縮性モデルの場合, 流速 \mathbf{u} について 3 次まで展開した次式を用いる.

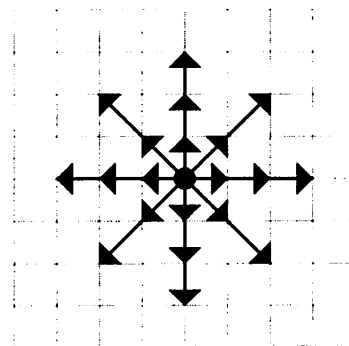


Fig. 1 Distribution of particles in 2D21V model

$$f_{\sigma i}^{(0)} = F_{\sigma} \rho \left[1 - 2Bc_{\sigma i \alpha} u_{\alpha} + 2B^2 c_{\sigma i \alpha} c_{\sigma i \beta} u_{\alpha} u_{\beta} + Bu^2 - 2B^2 c_{\sigma i \alpha} u_{\alpha}^2 - \frac{4}{3} B^3 c_{\sigma i \alpha} c_{\sigma i \beta} c_{\sigma i \gamma} u_{\alpha} u_{\beta} u_{\gamma} \right] \quad (2)$$

ここで F および B は巨視的な流れ場の支配方程式を導出する際必要となる条件から一意的に決定される。

2. 2. マクロ量と基礎方程式

各格子点における流体の状態は、LBM の場合と同様で全粒子に分布関数と c_i のモーメントをとり足し合わせたものに等しくなる。各格子点上における流体の密度、運動量およびエネルギーは以下のように表される。

$$\rho = \sum f_{\sigma i} \quad (3)$$

$$\rho u_{\alpha} = \sum f_{\sigma i} c_{\sigma i \alpha} \quad (4)$$

$$\rho e = \sum \frac{1}{2} f_{\sigma i} c_{\sigma i}^2 - \frac{1}{2} \rho u^2 \quad (5)$$

ここで添え字 α は直角座標を表し、 Σ は格子点でのすべての粒子に対して和をとることとする。

式(2)の係数を決定するための、局所平衡分布関数に対する条件として、蒸気の密度、運動量、エネルギーに加えて、運動量流束およびエネルギー流束

$$\rho = \sum f_{\sigma i}^{(0)} \quad (6)$$

$$\rho u_{\alpha} = \sum f_{\sigma i}^{(0)} c_{\sigma i \alpha} \quad (7)$$

$$\rho e = \sum \frac{1}{2} f_{\sigma i}^{(0)} c_{\sigma i}^2 - \frac{1}{2} \rho u^2 \quad (8)$$

$$p \delta_{\alpha\beta} + \rho u_{\alpha} u_{\beta} = \sum_i f_{\sigma i}^{(0)} c_{\sigma i \alpha} c_{\sigma i \beta} \quad (9)$$

$$\left(\frac{1}{2} \rho u^2 + \rho e \right) u_{\alpha} = \sum_i \frac{1}{2} f_{\sigma i}^{(0)} c_{\sigma i}^2 c_{\sigma i \alpha} \quad (10)$$

を定義する。式(2)に於ける定数は

$$F_0 = 1 + \frac{5}{4Bc^2} \left(\frac{17}{96B^2c^4} + \frac{35}{48Bc^2} + \frac{49}{45} \right) \quad (11a)$$

$$F_{11} = -\frac{1}{8Bc^2} \left(\frac{13}{16B^2c^4} + \frac{71}{24Bc^2} + 3 \right) \quad (11b)$$

$$F_{12} = \frac{1}{16Bc^2} \left(\frac{5}{16B^2c^4} + \frac{25}{24Bc^2} + \frac{3}{5} \right) \quad (11c)$$

$$F_{13} = -\frac{1}{24Bc^2} \left(\frac{1}{16B^2c^4} + \frac{1}{8Bc^2} + \frac{1}{15} \right) \quad (11d)$$

$$F_{21} = \frac{1}{4B^3c^6} \left(\frac{Bc^2}{3} + \frac{1}{8} \right) \quad (11e)$$

$$F_{22} = -\frac{1}{1536B^3c^6} (2Bc^2 + 3) \quad (11f)$$

$$B = -\frac{1}{2e} \quad (11g)$$

と求められる。ここで F の添え字のうち0は静止粒子を表し、2文字のうち左側が1は図1における、辺にそって移動する粒子、2は頂点に移動する粒子を表している。また右側は1は最小速度1および $\sqrt{2}$ の速度を持つ粒子、また2、3

はそれぞれそれらの2倍、3倍の速度を持つ粒子である。

また式(3)、(4)および(5)で定義される量が分布関数と局所平衡分布関数で定義されていることから、これらの量が衝突の際に保存されることを示している。

いま Chapman-Enskog 展開

$$f_a = f_a^{(0)} + f_a^{neq} = f_a^{(0)} + f_a^{(1)} + f_a^{(2)} + \dots \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\partial}{\partial t_2} \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial r_{\alpha}} \rightarrow \frac{\partial}{\partial r_{1\alpha}} \quad (14)$$

を適用する。ここで ε を微小な量として $f_a^{(l)} = O(\varepsilon^l)$ 、 $\partial/\partial t_l = O(\varepsilon^l)$ および $\partial/\partial r_l = O(\varepsilon^l)$ ($l=1, 2, \dots$) である。

式(12)~(14)を式(1)に代入して、 $O(\varepsilon^2)$ の項までとると

$$\left(\frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\partial}{\partial t_2} \right) f_i^{(0)} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i^{(0)}}{\partial r_{1\alpha}} + \left(\frac{\partial f_i^{(1)}}{\partial t_1} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i^{(1)}}{\partial r_{1\alpha}} \right) = -\frac{1}{\phi} (f_i^{(1)} + f_i^{(2)}) \quad (15)$$

となる。詳細は省略するが、この式にそれぞれ1、 $c_{i\alpha}$ 、 $c_{i\alpha}^2/2$ 、をかけて各格子点で和をとることにより、圧縮性流体に対する連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r_{1\alpha}} (\rho u_{\alpha}) = 0 \quad (16)$$

Navier-Stokes 方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_{\alpha}) + \frac{\partial}{\partial r_{1\beta}} (\rho u_{\alpha} u_{\beta}) &= -\frac{\partial P}{\partial r_{1\alpha}} \\ &+ \frac{\partial}{\partial r_{1\beta}} \mu \left(\frac{\partial u_{\beta}}{\partial r_{1\alpha}} + \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial r_{1\beta}} \right) + \frac{\partial}{\partial r_{1\alpha}} \left(\lambda \frac{\partial u_{\gamma}}{\partial r_{1\gamma}} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

およびエネルギー方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho e + \frac{1}{2} \rho u^2 \right) + \frac{\partial}{\partial r_{1\alpha}} \left(\rho e + P + \frac{1}{2} \rho u^2 \right) u_{\alpha} \\ = \frac{\partial}{\partial r_{1\alpha}} \left(\kappa' \frac{\partial e}{\partial r_{1\alpha}} \right) + \frac{\partial}{\partial r_{1\alpha}} \left\{ \mu u_{\beta} \left(\frac{\partial u_{\beta}}{\partial r_{1\alpha}} + \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial r_{1\beta}} \right) \right\} \\ + \frac{\partial}{\partial r_{1\alpha}} \left(\lambda \frac{\partial u_{\beta}}{\partial r_{1\beta}} u_{\alpha} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

が導かれる。

基礎方程式中の圧力 P 、粘性率 μ 、第2粘性率 λ 、熱伝導率 κ' はそれぞれ

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{D} \rho e, \quad \mu = \frac{2}{D} \rho e \phi, \quad \lambda = -\frac{4}{D^2} \rho e \phi = -\frac{2}{D} \mu, \\ \kappa' &= \frac{2(D+2)}{D^2} \rho e \phi \end{aligned} \quad (19a, b, c, d)$$

と与えられる。ここで D は次元であり、ここで扱うのは 2 次元流れであるので $D=2$ である。

2. 3. 新しいモデル方程式

一方 FDLBM において衝突項の計算を安定に進めるためには時間刻み Δt に対して $\Delta t/\phi < 2.0$ を満たす必要がある。従って高 Reynolds 数流れの計算を行う際、計算の安定化の条件を満たすには Δt を小さく設定する必要がある。初期の状態からある程度時間の経過した流体の状態を得るのに膨大な時間を要するといった問題がある。そこで計算時間の短縮を目的として、式(1)に新たに負の粘性を表す項を追加した式(20)を本研究の基礎方程式⁽⁸⁾として用いる。

$$\frac{\partial f_i(t, \mathbf{r})}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i(t, \mathbf{r})}{\partial r_\alpha} - \frac{ac_{i\alpha}}{\phi} \frac{\partial (f_i - f_i^{(0)})}{\partial r_\alpha} = -\frac{1}{\phi} [f_i(t, \mathbf{r}) - f_i^{(0)}(t, \mathbf{r})] \quad (20)$$

ここで、 a は定数であり、本研究では $a=0.5$ としている。式(20)に前述した Chapman-Enskog 展開を適用すると、前と同様に Navier-Stokes 方程式系(16)~(18)が得られ、圧力は(19a)と同じであるが、拡散係数は変化し

$$\mu = \frac{2}{D} \rho e (\phi - a), \quad \lambda = -\frac{4}{D^2} \rho e (\phi - a) = -\frac{2}{D} \mu, \quad \kappa' = \frac{2(D+2)}{D^2} \rho e (\phi - a) \quad (21a,b,c)$$

となる。

従って、高 Reynolds 数流れの計算に対しても $\phi \rightarrow a$ となり、その結果 Δt を大きく設定でき、計算時間の短縮が可能となる。

3. エッジトーンの計算

3. 1. 問題設定

本研究では、ノズルのすきま長さ d を代表長さ、噴流の平均流速 u を代表速度とし、ノズル出口からくさび先端までの距離 L は、 $L=6d$ とする形状で計算を行った。Reynolds 数は $Re=1000$ とする。計算領域は $140d \times 240d$ とした。格子はくさび付近の格子を密とした 2 次元物体適合座標を用いる。格子数は $L=6d$ において X 方向に 361、 Y 方向に 381 の計 137541 点とした。また、くさびは先端の角度が約 20° 、 X 方向長さ $8.5d$ とした。

3. 2. 計算条件

境界条件として物体上では粘着条件と断熱条件を適用し、ノズル部左端は一様流入、計算領域の上端、下端および右端の流体部は静止流体を仮定した。流体部の全格子に初期条件として平衡状態の静止流体を仮定し、 $t>0$ においてノズル部左端から一様流をあたえた。基礎方程式の離散化方法は、式(20)を時間 2 次精度の Runge-Kutta 法、空間を 3 次精度の風上差分を用いた。

3. 3. 評価方法

LBM では圧力 p は密度 ρ と内部エネルギー e を用いて $p = \rho e$ で与えられる。本研究では初期状態の流体の圧力を基準圧力 $p_0 = e_0 \rho_0$ とし、基準圧力との差を無次元化したもの $\Delta p = (p - p_0)/p_0$ を変動圧力として用いる。また、時間は代表速度 u および代表長さ d で無次元化した無次元時間 t で評価する。

4. 計算結果および考察

以下、レイノルズ数 $Re=1000$ 、Mach 数 $M=0.141$ における結果を示す。ノズルから出る噴流は、初期条件として乱れのな

い噴流を仮定しているため、Fig.4 に示すようにくさびに衝突し、くさびの上下対称に分かれる。その後、噴流が変動し始め、くさびに衝突し、上下方向に周期的に変動する。この変動はノズル出口の上下壁面近傍から発生する渦の周期に同期しており、この渦により噴流の変動が誘起されていると考えられる。ノズル出口の上下壁面近傍から発生する渦は上下交互に発生し、噴流の影響を受け、くさび方向に移動する。

この時、渦はその回転により噴流を蛇行させる。その結果、渦がくさびの先端を越えた付近で渦の回転により噴流が方向を変え、くさびの片側に流れ込む。この渦は上下交互に発生しているため、噴流もくさびの上下に振動する。この噴流の変動により、噴流がくさびに当たる面では圧力の上昇が、反対側では圧力の減少が周期的に起こる。その結果、くさびの上下で逆位相を持つ圧力波が発生する。

Fig. 5 に無次元時間 $t=400$ における計算領域全体の圧力分布を示す。この時、計算領域全体において、変動圧力の最大値は $\Delta p_{\max}=0.0343$ であり、最小値は $\Delta p_{\min}=-0.0470$ である。一方この計算領域全体の圧力分布を $-0.0001 < \Delta p < 0.0006$ の間で示したのが Fig. 6 である。すなわち、変動圧力 Δp が 0.0006 より大きい点では赤で、 -0.0001 より小さい点は青で示されている。図より、基準圧力に比べて 10^{-4} のオーダー小さい正負の圧力波が、くさびの上下に伝播している事が確認できる。この圧力波の伝播速度を検証する。LBM では音速の理論値 c_s は内部エネルギー e を用いて $c_s = (2e)^{0.5}$ で与えられる。従って音波が音速で伝播する時、無次元時間 1 に音波が伝播する距離 Δr を無次元化したものが音速 c であり、音速の理論値 $c_s=1.414$ と等しくならなければならない。数値計算で求めた $\Delta r=7.133$ より音速 c は $c=1.427$ となる。この結果は理論解と良い一致が確認できる。以上より、この圧力波は音波であると考えられる。

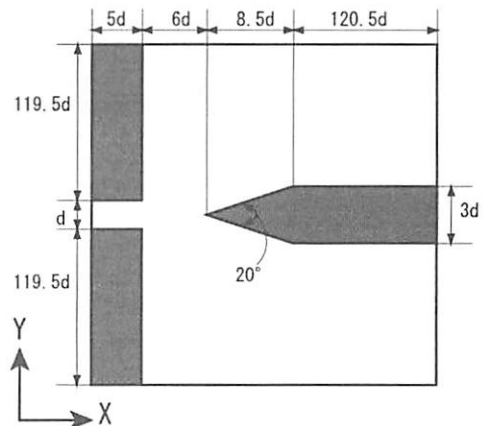


Fig. 2 Schematic diagram ($L=6d$)

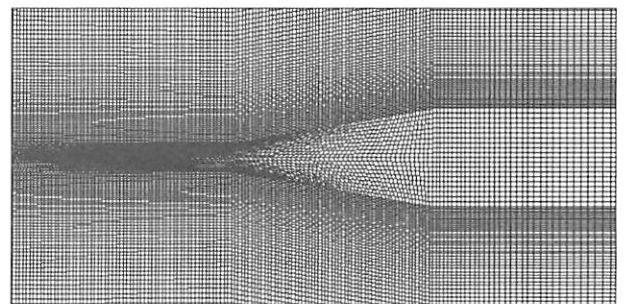


Fig. 3 Calculation lattice

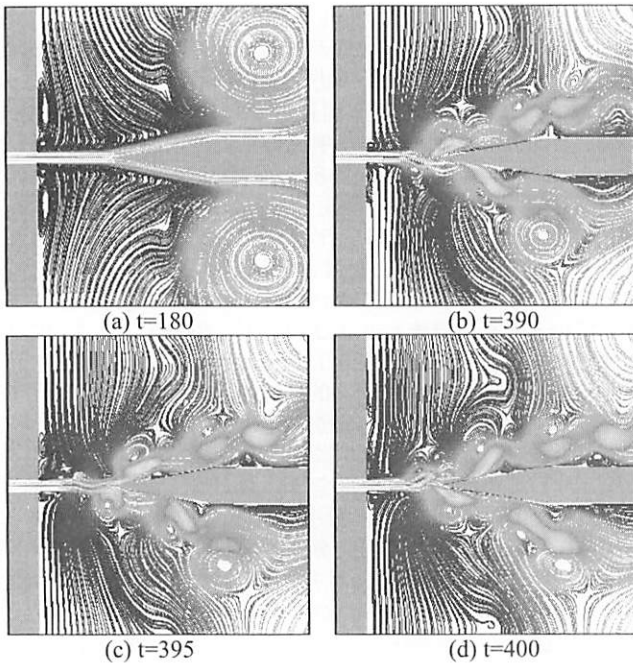


Fig. 4 Streamlines around the wedge

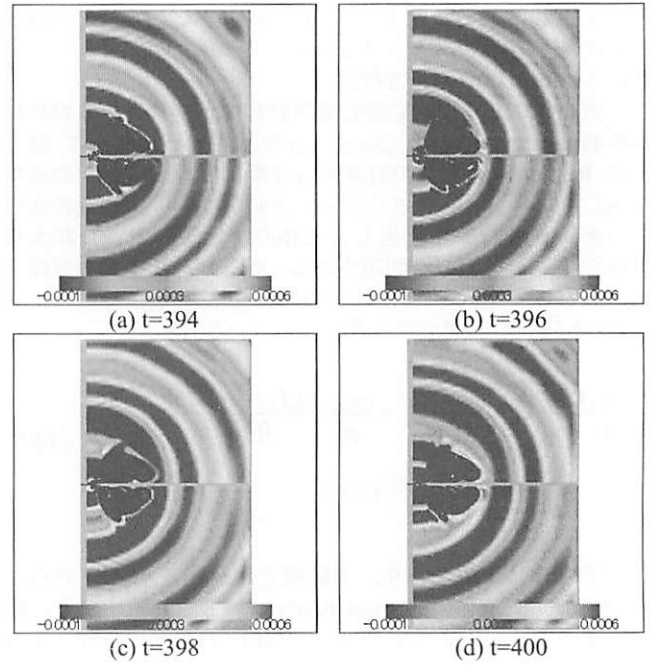


Fig. 6 Pressure distribution ($-0.0001 < \Delta p < 0.0006$)

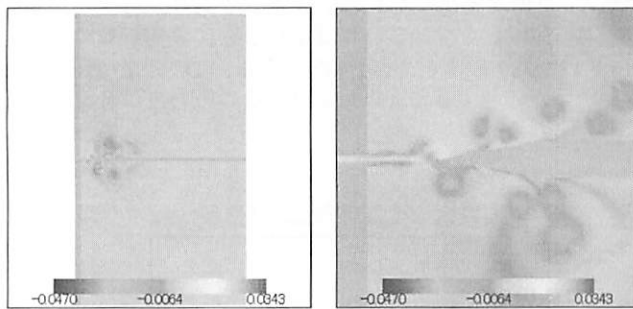
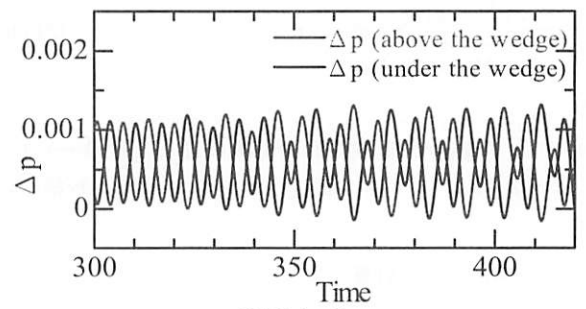


Fig. 5 Pressure distribution near the edge ($-0.0470 < \Delta p < 0.0343$)

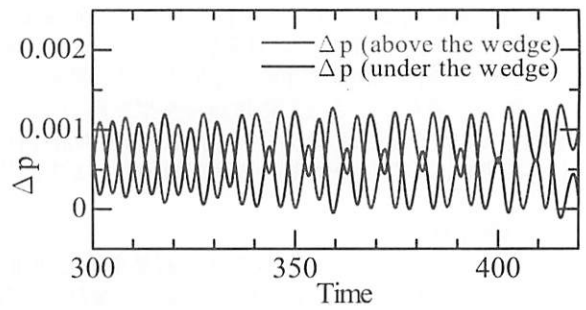
次に Fig. 7 に計算領域中の 6 点における圧力の時間変動を示す。観測点は、くさび先端を中心として放射状に 6 点とし、Point1 はくさびの先端から X 方向に 109d, Y 方向に $\pm 100d$ 離れた点, Point2 はくさびの先端から X 方向に 109d, Y 方向に $\pm 20d$ 離れた点, Point3 はくさびの先端から X 方向に 0d, Y 方向に $\pm 100d$ 離れた点である。赤い線はくさびの下側, 黒い線はくさびの上側であり、くさびを中心として上下対称になるような点である。圧力波が上下対称で放射状に伝播していることが確認できる。

次に、Mach 数を変化させた時のエッジ音の変化を確認する。Mach 数 M は $M = u/c_s = u/(2e)^{0.5}$ と定義されるので、Mach 数を変化させる方法として、流速 u を変化させる方法と、内部エネルギー e を変化させる方法がある。Fig.8 に流速 u および内部エネルギー e を変化させた時の、くさびの上方にある観測点 Point4 における変動圧力の時間変動を示す。

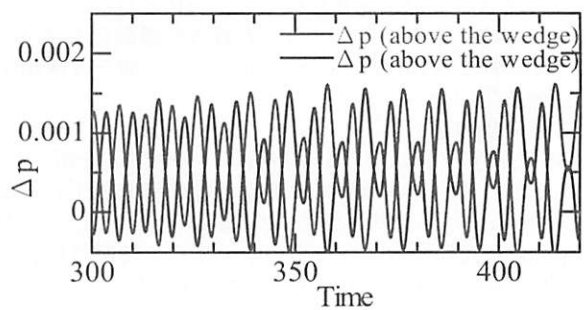
ここで、Fig.8(a) と Fig.8(b) における計算条件の違いは内部エネルギー e である。両ケースとも、無次元時間 $t=250$ 付近から音波が発生しはじめているが、ある時刻において最初に発生した音波の周期からほぼ倍の周期の音波が発生している。また、両ケースとも音波の発生周期が変化した後は、その周期を保ち、安定に音波が発生し続けた。これは、ノズル出口の上下壁面近傍から発生する渦が、くさび近傍で発生



(a) Point 1



(b) Point 2



(c) Point 3

Fig. 7 Time variation of acoustic pressure

する圧力に変化を及ぼし、その圧力が伝播することにより、ノズル出口の上下壁面近傍から新たな渦の発生を誘起するというフィードバックによって起こったと考えられる。また、エッジ音の発生周期が安定になった時の周期 T はそれぞれ、Fig.8(a)では $T=13.80$ 、Fig.8(b)では $T=14.08$ である。内部エネルギー e を、すなわち音速を変化させる事で、エッジ音が安定に発生する時の周期は Fig.8(a)のケースの方が小さくなった。これは、音速が速い分ノズル側に音波が伝播する時間も短くなり、ノズル出口近傍による渦の発生とくさびにおける圧力波の発生というフィードバック現象に要する時間が短

くなった事によると考えられる。また、両ケースにおいて、安定に発生するまでの過程に差が生じるという現象が確認できる。これらより、エッジ音の発生機構およびエッジ音の周波数の決定に、くさび付近から発生した音波そのものが影響していると考えられる。

Fig.8(c)は流速を変化させる事でMach数を変化させたケースである。音波の周期は $T=13.69$ となる。この場合、音波の振幅はほぼ 3.0×10^{-4} であり、他のケースに比べてもっとも小さい事が確認できる。これは流速 u が小さいため、発生する音波の圧力変動も小さくなったためだと考えられる。

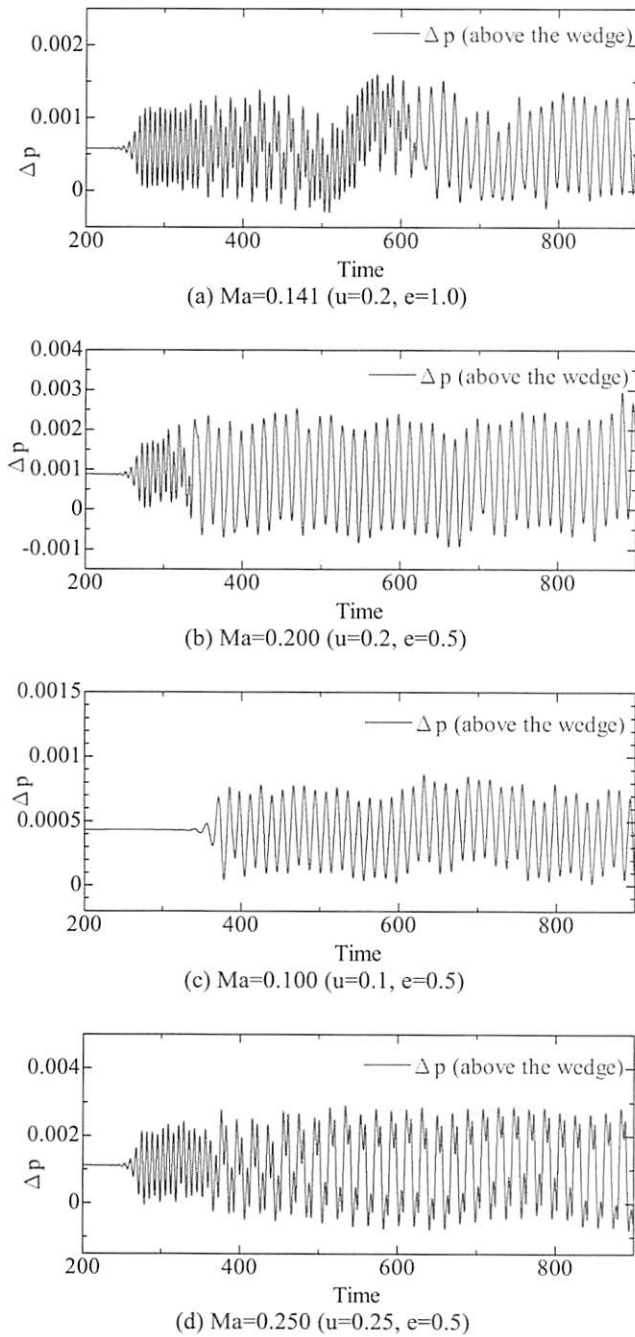


Fig. 8 Difference of acoustic pressure at each condition

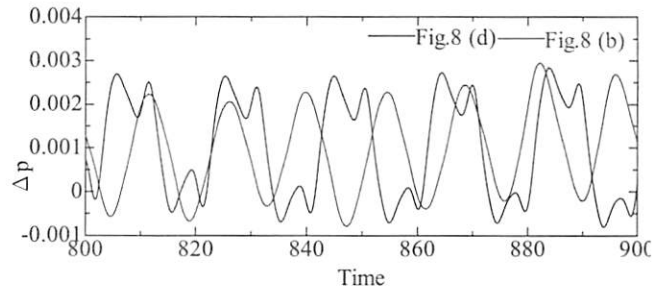


Fig.9 Comparison of case (b) and case (d) at Fig.8

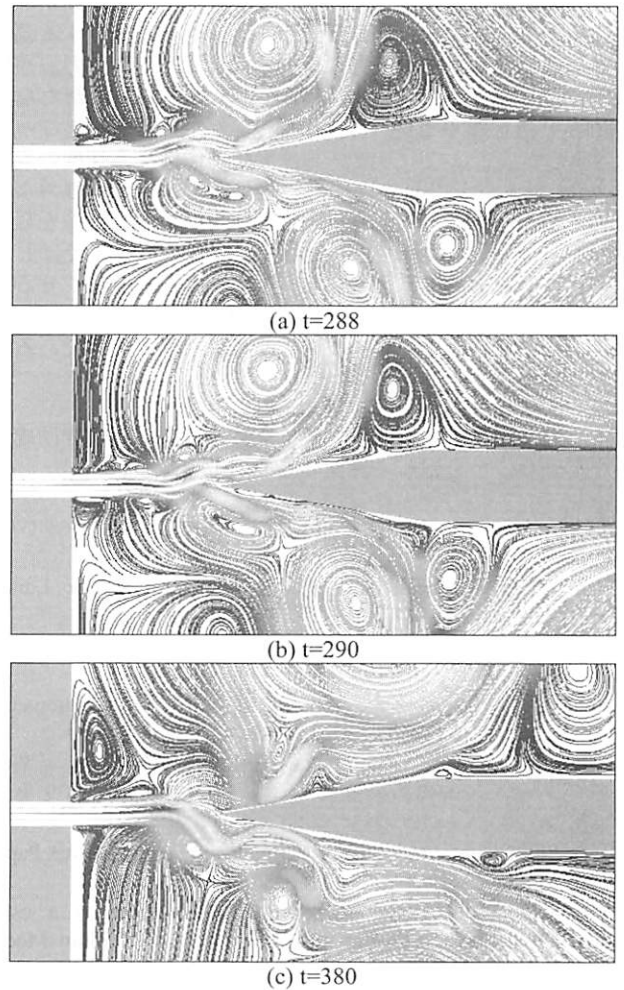


Fig. 10 Streamlines around the wedge
(b) $Ma=0.200$ ($u=0.2, e=0.5$)

Fig.8(d)は Fig.8(c) とは逆に、流速 u を大きくしたケースである。このとき、2つの周期を持つ音波が発生している事が確認できる。振幅が大きい音波の波長は $T=19.54$ となる。これは、ケース(b)に比べて約 1.39 倍の大きさの周期である。すなわち、流速が変化する事でエッジ音の発生周期も変化する事が確認できた。これはエッジ音特有の振動モード⁽³⁾⁽⁴⁾を再現するものと考えられる。また、このケースでは1つの周期を持つ音波と、その3倍周期を持つ音波の合成からなるエッジ音が発生する事が確認できた。

また、フィードバックがかかった際の流れは(b) $Ma=0.200$ ($u=0.2, e=0.5$)の場合について Fig.10 に示す。ノズル出口の上下壁面近傍から発生する渦が噴流によりくさび方向に移動するが、くさびの近傍において何らかの理由で2つの渦が合体する(Fig. 10(b))。その結果それまでより強い渦ができることによって、この渦により誘起される噴流の変動も大きくなる。それに伴い、くさびのエッジ付近から発生する音の音圧も大きくなる。そして発生する圧力変動が大きくなることにより、ノズルから出る渦の周期や強度を変化させるというシナリオを読みとることができる。

5. 結言

本研究では流体の圧縮性を考慮したFDLBMの熱流体モデルを用いて、エッジ音の直接計算を行った。内部エネルギーを操作する事により Mach 数を変化させた際、両ケースとも音波の発生周期が一定になるまでの過程、および一定になった際の周波数に違いが見られた。エッジ音の発生周期が一定となる現象は、ノズル出口の上下壁面近傍から発生する渦が、くさび近傍で発生する圧力に変化を及ぼし、その圧力波が伝播することによりノズル出口の上下壁面近傍から新たな渦の発生を誘起するというフィードバックによって起こったと考えられる。この圧力波がノズル側に伝播する速度の違いにより、エッジ音の発生周期が一定になるまでの過程および周波数に差が出たと考えられる。従って、くさび近傍から発生する音波がエッジ音の周波数になんらかの影響を及ぼしている可能性があると考えられる。また、流速を変化させる事で、発生するエッジ音の周波数が変化する事も確認できた。以上より、本手法によるエッジ音の直接計算が可能である事が確認できた。

本研究に際し(財)サウンド技術振興財団より研究助成をいただいたことを記し、感謝の意を表します。

参考文献

- (1) Curle, N: The mechanism of edge-tones, Proc. R. Soc. Lond., A216 (1953), pp412-424.
- (2) Howe, M.S.: Edge, cavity and aperture tones at very low Mach numbers, J. Fluid Mech. (1997), vol. 330, pp.61-84
- (3) Powell, A.: On edge tones and associated phenomena, ACUSTICA, vol. 3 (1953), pp.233-243
- (4) 土田潤, 伊東聡, 藤澤智光, 矢川元基: エアリード楽器の発音メカニズムの数値流体力学, 日本機械学会論文集, 69-678, B (2003), pp280-285
- (5) Lele SK, : Computational aeroacoustics: A review, AIAA Paper 1997; 97-0018.
- (6) Inoue O, Hatakeyama N: Sound generation by a two-dimensional circular cylinder in a uniform flow, J. Fluid Mech. 2002; 471:285-314.
- (7) 葛原道久, 栗田誠, 片岡武: 差分格子ボルツマン法による音波の直接計算, 日本機械学会論文集, 69-680, B (2003), pp89-95
- (8) 葛原道久, 四方憲治, 片岡武: 差分格子ボルツマン法によるエッジトーンの直接計算, 第 16 回数値流体力学シンポ

ジウム CD-ROM, 2002, A13-2

(9) 葛原道久, 高田尚樹, 片岡武: 格子気体法・格子ボルツマン法, コロナ社, 第4章

(10) 葛原道久, 栗田誠, 岩上武善: 差分格子ボルツマン法における新しいモデル, 日本機械学会論文集, 69-665, B(2002), pp15-21.