

異方性材料の非定常熱伝導問題に対する時間ステップ DRBEM (2次元問題の検討)

A TIME-STEPPING DRBEM FOR TRANSIENT HEAT CONDUCTION IN ANISOTROPIC SOLIDS (STUDY ON 2-D PROBLEMS)

田中 正隆¹⁾, 松本 敏郎²⁾, 高桑 晋³⁾, 原 啓志⁴⁾

Masataka TANAKA, Toshiro MATSUMOTO, Susumu TAKAKUWA and Keiji HARA

- 1) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: dtanaka@gipwc.shinshu-u.ac.jp)
 2) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区, E-mail: t.matsumoto@nuem.nagoya-u.ac.jp)
 3) 富士重工業(株) (〒 370-0514 群馬県大泉町朝日, E-mail: s-takakuwa@artist.shinshu-u.ac.jp)
 4) 信州大学大学院工学系研究科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: k-hara@artist.shinshu-u.ac.jp)

This paper reports an application of the dual reciprocity method (DRM) to the time-stepping BEM for the transient heat conduction problem in anisotropic solids. Through some coordinate transform the governing differential equation results in a diffusion equation with the Laplace operator in it. Time derivative in the governing differential equation is approximated by the time-stepping method. The fundamental solution of the Laplace equation is used for the present BEM formulation. The domain integral concerning the "pseudo" initial condition is included in the boundary integral equation at each time step. This domain integral is transformed into boundary integrals by using a radial basis function for DRM. The details of the proposed DRBEM are presented, and a computer code is developed for two-dimensional problems. The usefulness of the present method is demonstrated through numerical computation of some typical examples.

Key Words : Computational Mechanics, Time-stepping Boundary Element Method, Dual Reciprocity Method, Transient Heat Conduction, Anisotropic Solid

1. はじめに

異方性材料の非定常熱伝導問題に対する境界要素法の定式化では、異方性材料に対する基本解が必要であり、さらに導出される境界積分方程式の中に時間ステップごとに見かけの初期条件に由来する領域積分項が残る⁽⁷⁾⁽⁸⁾。この領域積分を評価するためには、領域内部を要素またはセルに分割しなければならないが、領域内部の要素分割にはたいへん手間がかかり境界要素法の特長が半減してしまう⁽¹⁾。また、定式化の際に必要な基本解に時間依存の厳密基本解を用いると、係数マトリックスの計算がかなり複雑となり、計算時間もかかる⁽¹⁾。

著者らは以前に等方性の傾斜機能材料または温度依存性材料の非定常熱伝導問題に対して、次の時間ステップ境界要素法と二重相反法(DRM)⁽⁴⁾⁽⁵⁾を併用したDRBEM解析法を提案した⁽²⁾⁽³⁾。すなわち、支配微分方程式の時間微分を時間ステップ近似して境界積分方程式を導出し、各時間ス

テップごとに順次解いてゆく。Laplace方程式の基本解を用いるこの定式化において、時間ステップごとに現れる見かけの初期条件に由来する領域積分項に対して二重相反法を適用し、境界積分に置き換え領域内に選点を配置して近似的に評価する。このDRBEM解法では、評価点を領域内部に配置するだけで、最終的に境界のみの離散化で効率的な解析が可能となる。

本研究では、上記の解析手法を異方性材料の非定常熱伝導問題の解法に拡張する。2次元問題に対する定式化の詳細と開発した解析プログラムによるいくつかの解析例を示し、本手法の有効性について考察する。開発した解析プログラムは、材料特性が異なる領域から構成される多領域問題も解くことができる。

2. 理論

2.1. 支配微分方程式

異方性材料の2次元非定常熱伝導問題に対する支配微分方

程式は、次式で与えられる。

$$k_{11} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x_1^2} + 2k_{12} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x_1 \partial x_2} + k_{22} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x_2^2} = \rho c \dot{u}(x, t) \quad (1)$$

ただし、 $u(x, t)$ は温度、 k_{11} , k_{12} , k_{22} は 2 階対称の熱伝導率テンソルの成分である。 ρ は密度、 c は比熱とし上付きのドット ($\dot{\cdot}$) は時間による微分を表す。 また、上式に対する境界条件および初期条件は次式で与えられるものとする。

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \bar{u}, & x \in \Gamma_u \\ q(x, t) &= \frac{\partial u(x, t)}{\partial n} = \bar{q}, & x \in \Gamma_q \\ \lambda(x) \frac{\partial u(x, t)}{\partial n} + h\{u(x, t) - u_a\} &= 0, & x \in \Gamma_a \\ u(x, 0) &= u_0, \end{aligned} \quad (2)$$

ただし、 n は境界 Γ 上の単位外向き法線ベクトルであり、 $\partial u(x, t)/\partial n$ は $u(x, t)$ の法線方向勾配を表すものとする。 また、 Γ_u , Γ_q , Γ_a はそれぞれ温度既知境界、熱流束既知境界、対流熱伝達境界である。 さらに、 \bar{u} , \bar{q} , u_0 は既知の境界値および初期温度であり、 h は熱伝達率、 u_a は外部雰囲気温度である。

いま、次の座標変換⁽⁶⁾を行う。

$$x_1 = -\frac{1}{b} \bar{x}_2 \quad x_2 = \bar{x}_1 - \frac{a}{b} \bar{x}_2 \quad (3)$$

ただし、

$$a = \frac{k_{12}}{k_{11}} \quad b = \frac{\sqrt{|D|}}{k_{11}} \quad (4)$$

$$|D| = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{vmatrix} = k_{11} k_{22} - k_{12}^2 \quad (5)$$

このようにすれば、式 (1) は等方性材料の非定常熱伝導問題と同じ形の方程式となる。

$$\frac{\partial^2 u(\bar{x}, t)}{\partial \bar{x}_1^2} + \frac{\partial^2 u(\bar{x}, t)}{\partial \bar{x}_2^2} = \frac{k_{11}}{|D|} \rho c \dot{u}(\bar{x}, t) \quad (6)$$

2.2. DRM の適用

境界積分方程式の導出において、本研究では Laplace 方程式の基本解を使用する。 Laplace 方程式を座標変換した式は次式になる。

$$\nabla^2 u + \frac{1}{\sqrt{|D|}} \delta(\bar{Q} - \bar{P}) = 0 \quad (7)$$

よって、基本解 $u^*(\bar{x}, \bar{y})$ は次式となる。

$$u^*(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|D|}} \ln\left(\frac{1}{\bar{r}}\right) \quad (8)$$

ただし、 \bar{r} はソース点 \bar{y} と観測点 \bar{x} との距離を表す。 式 (6) の両辺に上式の基本解 $u^*(\bar{x}, \bar{y})$ をかけ、考察領域 Ω 全体で積分し、部分積分すると次式を得る。

$$\begin{aligned} c(\bar{y})u(\bar{y}, t) + \int_{\Gamma} q^*(\bar{x}, \bar{y})u(\bar{x}, t)d\Gamma - \int_{\Gamma} u^*(\bar{x}, \bar{y})q(\bar{x}, t)d\Gamma \\ = \int_{\Omega} u^*(\bar{x}, \bar{y}) \frac{k_{11}}{|D|} \rho c \dot{u}(\bar{x}, t) d\Omega \end{aligned} \quad (9)$$

ただし、 $c(\bar{y})$ はソース点の置かれている境界の性質から決まる定数であり、滑らかならば $c(\bar{y}) = 1/2$ である。 また、 $q^*(\bar{x}, \bar{y})$ は基本解 $u^*(\bar{x}, \bar{y})$ の法線方向勾配を表し、具体形は次式となる。

$$q^*(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{-1}{2\pi\bar{r}\sqrt{|D|}} \frac{\partial u^*(\bar{x}, \bar{y})}{\partial n} \quad (10)$$

式 (9) の左辺は境界積分となっているが、右辺は未知関数 u を含む領域積分である。 領域積分に未知関数が現れる場合の解法として境界領域要素法⁽¹⁾⁽⁸⁾が提案されているが、領域内部も要素分割するため境界型解法としての特徴が半減してしまう。 そこで本研究では、DRM を適用してこの領域積分項を境界積分に変換する解法を開発する。

まず、式 (6) の右辺を次式で近似する。

$$\frac{k_{11}}{|D|} \rho c \dot{u}(\bar{x}, t) = \sum_{\ell=1}^{N+L} \alpha^{\ell} f(\bar{x}, \bar{z}^{\ell}) \quad (11)$$

ただし、 N は境界節点数、 L は内部選点数、 α^{ℓ} は未知係数、 $f(\bar{x}, \bar{z}^{\ell})$ は近似関数、 \bar{z}^{ℓ} は DRM 選点を表すものとする。 ここで、次式を満たす特解を $\hat{u}(\bar{x}, \bar{z}^{\ell})$ とする。

$$\nabla^2 \hat{u}(\bar{x}, \bar{z}^{\ell}) = f(\bar{x}, \bar{z}^{\ell}) \quad (12)$$

この特解 $\hat{u}(\bar{x}, \bar{z}^{\ell})$ を用いると、式 (6) の展開された支配微分方程式は未知係数 α^{ℓ} と特解 $\hat{u}(\bar{x}, \bar{z}^{\ell})$ により次式のように書き表すことができる。

$$\nabla^2 u(\bar{x}, t) = \sum_{\ell=1}^{N+L} \alpha^{\ell} \nabla^2 \hat{u}(\bar{x}, \bar{z}^{\ell}) \quad (13)$$

上式の両辺に基本解 $u^*(\bar{x}, \bar{y})$ をかけ、考察領域全体で積分し部分積分することにより、次の境界積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} c(\bar{y})u(\bar{y}, t) + \int_{\Gamma} q^*(\bar{x}, \bar{y})u(\bar{x}, t)d\Gamma \\ - \int_{\Gamma} u^*(\bar{x}, \bar{y})q(\bar{x}, t)d\Gamma = \sum_{\ell=1}^{N+L} \alpha^{\ell} \left\{ c(\bar{y})\hat{u}(\bar{y}, t) \right. \\ \left. + \int_{\Gamma} q^*(\bar{x}, \bar{y})\hat{u}(\bar{x}, \bar{z}^{\ell})d\Gamma - \int_{\Gamma} u^*(\bar{x}, \bar{y})\hat{q}(\bar{x}, \bar{z}^{\ell})d\Gamma \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

ただし、 $\hat{q}(\bar{x}, \bar{z}^{\ell})$ は特解 $\hat{u}(\bar{x}, \bar{z}^{\ell})$ の法線方向勾配を表す。

$$\hat{q}(\bar{x}, \bar{z}^{\ell}) = \frac{\partial \hat{u}(\bar{x}, \bar{z}^{\ell})}{\partial n} \quad (15)$$

式 (14) より、すべて境界積分に変換された境界積分方程式が得られていることが分かる。 式 (14) の境界積分方程式をすべての選点に対して適用することにより $N+L$ 個の式が得られ、マトリックス形式で次式のようにまとめることができる。

$$Hu - Gq = [H\hat{U} - G\hat{Q}]\alpha \quad (16)$$

ここで、本研究では近似関数として観測点 \bar{x} と DRM 選点 \bar{z}^{ℓ} との距離 \bar{r}^{ℓ} の関数を使用する。 近似関数で用いられる距離 \bar{r}^{ℓ} は基本解で用いられる \bar{r} とは意味が異なるので注意が必要である。

DRM で用いられる近似関数に対してはさまざまな関数が使われており多くの研究がなされている。距離の関数を使用することが一般的である。本研究では近似関数として次式を使用する。

$$f(\bar{x}, \bar{z}^\ell) = \begin{cases} (1 - \bar{r}^\ell)^3(3\bar{r}^\ell + 1), & 0 \leq \bar{r}^\ell \leq 1 \\ 0, & \bar{r}^\ell \geq 1 \end{cases} \quad (17)$$

上式は、Compactly Supported Radial Basis Function⁽⁵⁾ と呼ばれる近似関数であり、 $\bar{r}^\ell = |\bar{x} - \bar{z}^\ell|/a$ である。 a は近似関数が影響するサポート半径である。

式(17)を式(12)に用い特解 $\hat{u}(x, z^\ell)$ を求めると次式となる。

$$\hat{u}(\bar{x}, \bar{z}^\ell) = \frac{1}{4}(\bar{r}^\ell)^2 - \frac{3}{8}(\bar{r}^\ell)^4 + \frac{8}{25}(\bar{r}^\ell)^5 - \frac{1}{12}(\bar{r}^\ell)^6 \quad (18)$$

同様に特解の法線方向勾配 $\hat{q}(\bar{x}, \bar{z}^\ell)$ も \bar{r}^ℓ の関数となる。

$$\hat{q}(\bar{x}, \bar{z}^\ell) = \left(\bar{r}_1 \frac{\partial \bar{x}_1}{\partial n} + \bar{r}_2 \frac{\partial \bar{x}_2}{\partial n} \right) \times \left\{ \frac{1}{2} - \frac{3}{2}(\bar{r}^\ell)^2 + \frac{8}{5}(\bar{r}^\ell)^3 - \frac{1}{2}(\bar{r}^\ell)^4 \right\} \quad (19)$$

ただし、 \bar{r}_1 , \bar{r}_2 は \bar{r}^ℓ の \bar{x}_1 および \bar{x}_2 方向成分を表すものとする。2点 \bar{x} , \bar{z}^ℓ を決定することにより近似関数とその特解および特解の法線方向勾配を求めることができる。

2.3. 未知係数

DRM を適用し領域積分項を境界積分に変換する際、未知係数と近似関数を用いて定式化を進めてきた。ここでは、未知係数を決定するための手法を示す。

式(11)を再記する。

$$\sum_{\ell=1}^{N+L} \alpha^\ell f(\bar{x}, \bar{z}^\ell) = \frac{k_{11}}{|D|} \rho c \hat{u}(\bar{x}, t) \quad (20)$$

ここで、近似関数 $f(\bar{x}, \bar{z}^\ell)$ は2点 \bar{x} と \bar{z}^ℓ を決定することにより既知関数となる。この関係性が全ての選点に対して成り立つと仮定すると未知係数 α^ℓ を求めることができ、マトリックス形式で書き表すと次式となる。

$$\alpha = F^{-1} K_t \hat{u} \quad (21)$$

ただし、 F^{-1} は F の逆行列を表し、

$$K_t = \frac{k_{11}}{|D|} \rho c \quad (22)$$

$$\hat{u} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u(\bar{x}^1, t)}{\partial t} \\ \vdots \\ \frac{\partial u(\bar{x}^{N+L}, t)}{\partial t} \end{array} \right\} \quad (23)$$

である。ここで、温度 $u(\bar{x}, t)$ の時間微分に関しては差分近似を適用する。このとき、初回の計算においては後退差分近似、2回目以降の計算においては二次曲線差分近似を適用するものとする。このとき、初回の計算における近似式は次式となる。

$$\frac{\partial u(\bar{x}, t)}{\partial t} = \frac{u(\bar{x}, t) - u_0(\bar{x}, t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (24)$$

ただし、 Δt はタイムステップ幅、 $u_0(\bar{x}, t - \Delta t)$ は1ステップ前の初期温度を表すものとする。また、2回目以降の差分近似に次式を適用する。

$$\frac{\partial u(\bar{x}, t)}{\partial t} = \frac{3u(\bar{x}, t) - 4u_0(\bar{x}, t - \Delta t) + u_0(\bar{x}, t - 2\Delta t)}{2\Delta t} \quad (25)$$

ただし、 $u_0(\bar{x}, t - \Delta t)$ は1ステップ前の温度、 $u_0(\bar{x}, t - 2\Delta t)$ は2ステップ前の温度を表すものとする。1ステップまたは2ステップ前の各節点における温度を見かけの初期条件として計算を進める。

したがって、未知係数 α^ℓ は次式のようにまとめて書き表すことができる。

$$\alpha = F^{-1} \left[K_p u - t_0 \right] \quad (26)$$

ただし、 K_p は現在求めている温度 $u(\bar{x}, t)$ の差分近似に関する係数、 t_0 は初期温度に関する既知ベクトルを表す。この未知係数 α を離散化された式(16)へ代入し整理すると次に示す線形の式を得る。

$$Hu - Gq = [H\hat{U} - G\hat{Q}] [Ru - T_0] \quad (27)$$

ただし、

$$R = K_p F^{-1} \quad (28)$$

$$T_0 = F^{-1} t_0 \quad (29)$$

とする。式(27)を境界条件より未知量と既知量に振り分け連立方程式を解くことにより各タイムステップにおける境界上の未知量と領域内部の未知温度を求めることができる。

また、材料特性が異なる多領域からなる問題では、それぞれの領域に対し境界積分方程式をたてDRMを適用し、領域の界面での温度の適合条件と熱流束の平衡条件を用いることにより、一つの方程式系にまとめることができる⁽¹⁾。これを与えられた境界条件のもとで各時間ステップごとに解析すれば良い。

3. 数値解析例

本手法の有効性を示すために以下の数値解析を行い、得られた結果について考察を行う。

3.1. 解析例1

Fig.1 に示す正方形モデルを用いて数値解析を行う。正方形領域の辺に一致して取られた座標系 $x'_1 x'_2$ が異方性の主軸である。座標系 $x'_1 x'_2$ は直交座標系 $x_1 x_2$ にを反時計回りに45°回転したものである。座標系 $x'_1 x'_2$ では正方形領域の直交異方性体の熱伝導問題なので厳密解を求めることができる。この解析解と座標系 $x_1 x_2$ での数値解析結果を比較すれば、解析プログラムが正常に作動してこと表す一証左を得ることができる。なお、この解析例では、値はすべて無次元量で与えられているものとする。境界を2次要素を用いて16要素(境界節点数は32)に分割する。内部選点は49点を取り、図示のように配置する。境界条件は座標系 $x'_1 x'_2$ で考え、 $x'_1 = 0, 1$, $x'_2 = 0, 1$ において温度 $u = 0$ 、初期温度は $T(x'_1, x'_2, 0) = \sin(\pi x'_1) \sin(\pi x'_2)$ として与える。材料定数は座

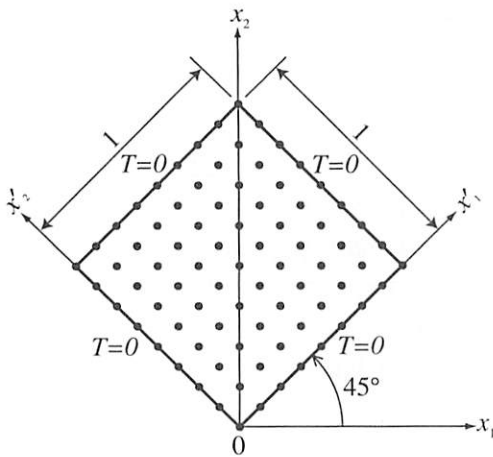


Fig. 1 Analysis model 1 and discretization

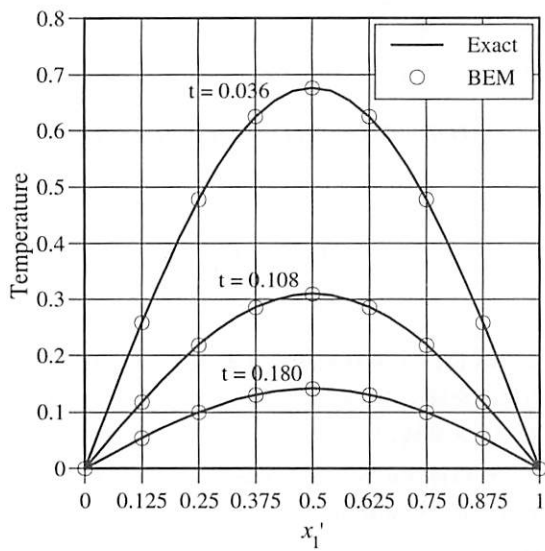


Fig. 2 Temperature at $x_2' = 0.5$

標系 $x_1'x_2'$ では、熱伝導率 $k_{11} = 1.0$, $k_{12} = 0.0$, $k_{22} = 0.1$, 密度 $\rho = 1.0$, 比熱 $c = 1.0$ とする. したがって、直交座標系 x_1x_2 での熱伝導率は $k_{11} = 0.55$, $k_{12} = 0.45$, $k_{22} = 0.55$ となる. なお、数値計算ではタイムステップ幅は $\Delta t = 0.001$, サポート半径は $a = 2.0$ とした.

Fig.2 に各時間での $x_2' = 0.5$ で x_1' の各座標での解析結果を示す. 精度の良い結果が得られていることがわかる.

3.2. 解析例 2

熱伝導率テンソルが異なる 2 つの領域からなる、Fig.3 に示すモデルを用いて数値解析を行う. 座標軸の単位は [m] である. Region 1 と Region 2 の熱伝導率テンソルはそれぞれ以下のように仮定する.

Region 1 :

$$k_{11} = 60 \text{ [W/mK]}, k_{12} = 0 \text{ [W/mK]}, k_{22} = 60 \text{ [W/mK]}$$

Region 2 :

$$k_{11} = 60 \text{ [W/mK]}, k_{12} = 30 \text{ [W/mK]}, k_{22} = 60 \text{ [W/mK]}$$

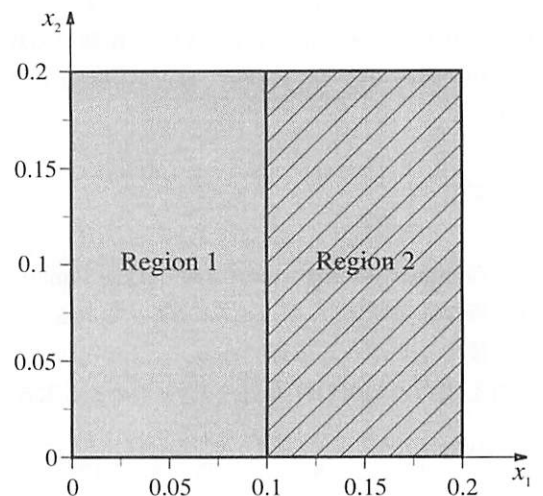


Fig. 3 Analysis model 2

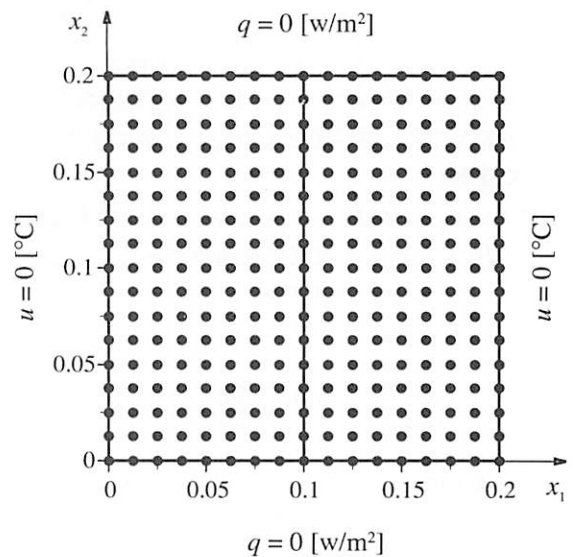


Fig. 4 Analysis model 2 and discretization

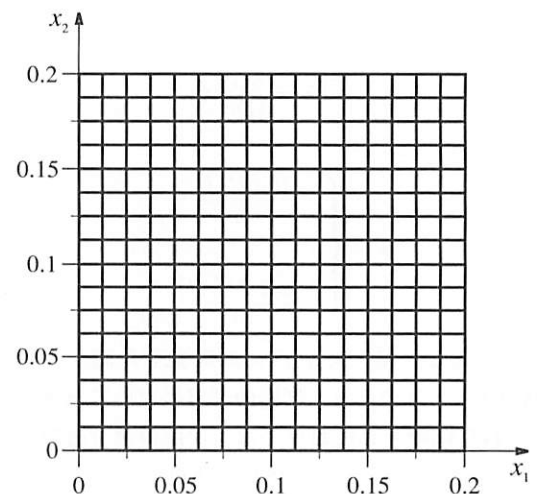


Fig. 5 Finite element discretization

ここで、Region 2 の熱伝導率テンソルは次の直交異方性体を反時計回りに 45 度回転させたものである。

$$k_{11} = 90 \text{ [W/mK]}, k_{12} = 0 \text{ [W/mK]}, k_{22} = 30 \text{ [W/mK]}$$

また、密度 $\rho = 7800 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ 、比熱 $c = 440 \text{ [J/kgK]}$ である。要素分割は Fig.4 に示す。境界節点は 79 節点、2 次要素を用いて分割する。内部選点は 210 点とする。境界条件は $x_1 = 0.0, 0.2 \text{ [m]}$ で温度 $u = 0 \text{ [}^\circ\text{C]}$ 、 $x_2 = 0.0, 0.2 \text{ [m]}$ では断熱境界条件を与えるものとする。初期温度は領域全体に一様に $100 \text{ [}^\circ\text{C]}$ である。なお、数値計算ではタイムステップ幅は $\Delta t = 2 \text{ [s]}$ 、サポート半径は $a = 1.0 \text{ [m]}$ とした。

汎用 FEM 解析プログラム MSC. Nastran を用いた数値計算結果とも比較する⁽⁹⁾。この解析では、Fig.5 に示すような 16×16 の四辺形 1 次要素を用いる。また、熱流束は、MSC. Nastran と BEM の解析結果のほかに、BEM の節点温度を使い差分法で熱流束を求めた結果も示す。

Fig.6 に $x_1 = 0.1 \text{ [m]}$ 、 $x_2 = 0.1 \text{ [m]}$ での温度の変化を FEM と比較して示す。2 つの解法による解析結果は一致していることがわかる。

次に $t = 250 \text{ [s]}$ での解析結果を示す。

Fig.7 は $x_2 = 0.0, 0.1, 0.2 \text{ [m]}$ 上での温度分布を FEM と比較して示す。2 つの解法による解析結果は僅かに差が見られるが、良く一致していることがわかる。

Fig.8 は $x_1 = 0.2 \text{ [m]}$ での熱流束を FEM と差分法と比較して示す。解析結果は中心部分では一致しているが、両端付近では BEM と BEM-FDM は急激な変化を示している。これらの解法は、この近傍での熱流束の特異性に基づく挙動をより正確に表していると考えられる。温度分布に殆ど違いが無いのに熱流束に大きな違いが生じている理由は、BEM が温度と熱流束を未知量として直接求めているのに対し、FEM では求めた節点温度をもとに数値微分して熱流束を求めているためだと考えられる。FEM で要素をさらに細かくしていくことにより、熱流束についても BEM に近い値が求められることは確認している。

3.3. 解析例 3

Fig.3, Fig.4 に示すモデルを用いて、解析例 2 と異なる境界条件のもとで数値解析を行う。境界条件は $x_1 = 0.0 \text{ [m]}$ で温度 $u = 0 \text{ [}^\circ\text{C]}$ 、 $x_1 = 0.2 \text{ [m]}$ で外部雰囲気温度 $0 \text{ [}^\circ\text{C]}$ 、熱伝導率 $2000 \text{ [W/m}^2\text{K]}$ の対流熱伝達境界条件、 $x_2 = 0.0, 0.2 \text{ [m]}$ では断熱境界条件を与えるものとする。初期条件、材料定数は解析例 2 と同様とする。また、数値計算ではタイムステップ幅は $\Delta t = 2 \text{ [s]}$ 、サポート半径は $a = 1.0 \text{ [m]}$ とした。解析例 2 と同様に、温度分布は汎用 FEM 解析プログラム MSC. Nastran の結果と比較する。また、熱流束に対しては、MSC. Nastran の解析結果と BEM の解析結果の温度に対し差分法を用いて求めた値と比較する。

Fig.9 には、 $x_1 = 0.1 \text{ [m]}$ 、 $x_2 = 0.1 \text{ [m]}$ での温度変化を FEM と比較して示す。2 つの解法による解析結果は良く一致していることがわかる。

次に $t = 250 \text{ [s]}$ での解析結果を示す。

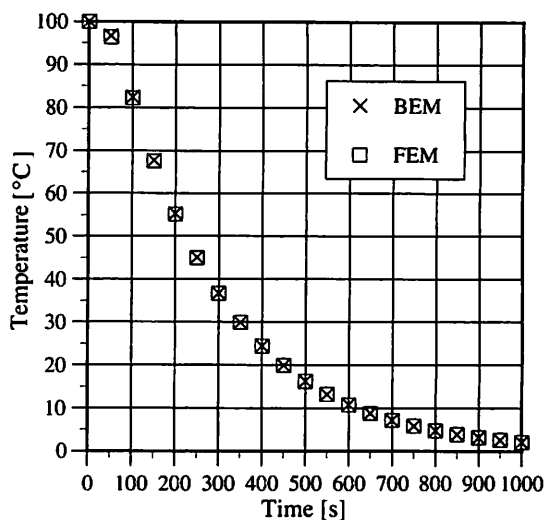


Fig. 6 Variations of temperature

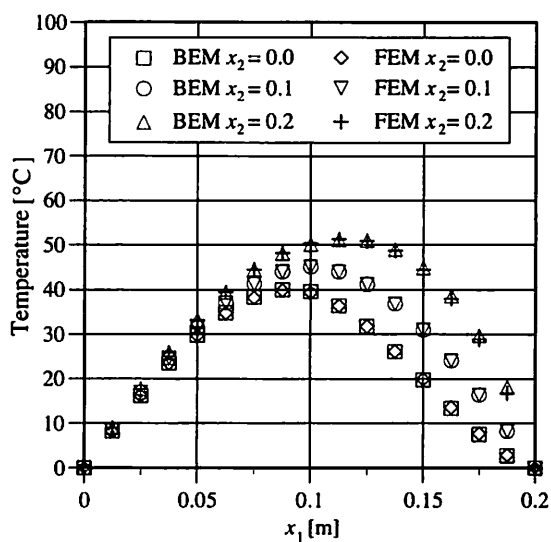


Fig. 7 Results on temperature

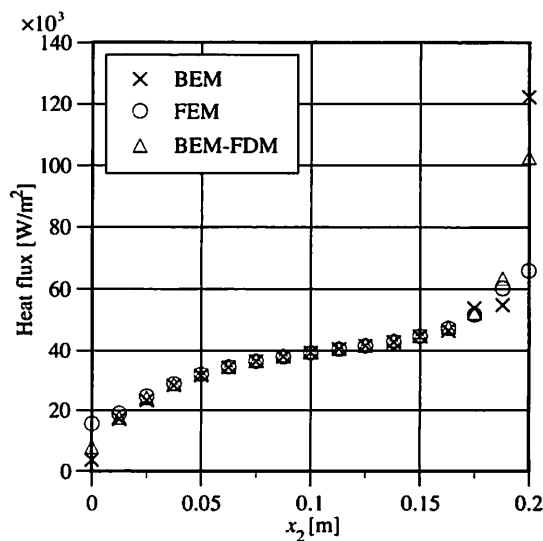


Fig. 8 Variations of heat flux on $x_1 = 0.2$

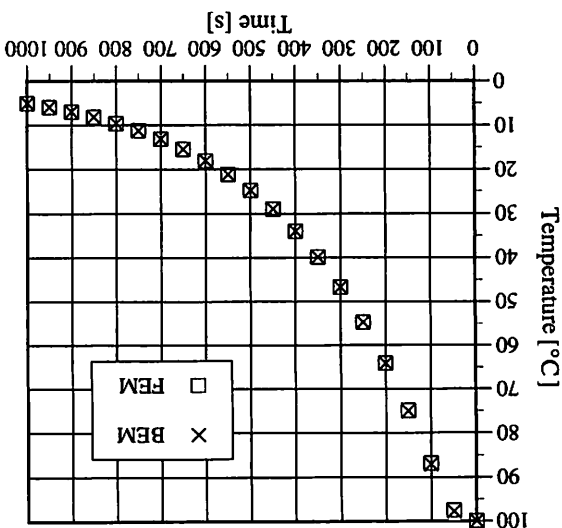


Fig. 9 Variations of temperature

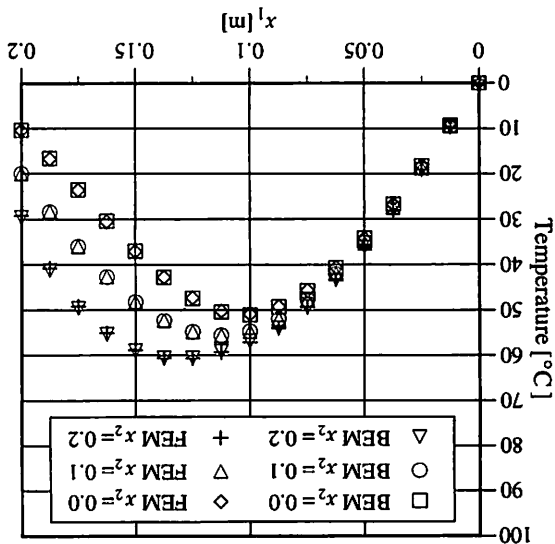


Fig. 10 Results on temperature

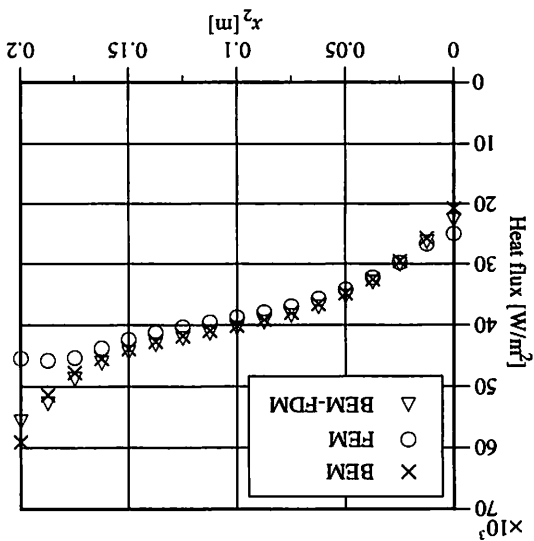


Fig. 11 Variations of heat flux on $x_1 = 0.2$

Fig.10は、 $x_2 = 0.0, 0.1, 0.2$ [m] 上での温度分布を FEM と比較して示す。2つの解法による解析結果は僅かに差が見られるが、良く一致していることがわかる。

Fig.11は、 $x_1 = 0.2$ [m] での熱流束の計算結果を FEM と差分法と比較して示す。解析例 2 と同様に、3つの解析結果は中心部分では一致しているが、両端では熱流束の特異性により大きな違いが生じている。BEM と BEM-FDM は FEM よりも高精度の数値解を与えていると考えられる。

4. 結言

異方性材料の非定常熱伝導問題に対し、座標変換を行い Laplace 方程式の基本解と二重相反法を用いる時間スラップ境界要素解析について検討した。開発した解析プログラムにより数値解析を行い、本手法により精度の高い解が求められることを確認できた。本研究は 2 次元問題の解析法を示したに過ぎないが、提案した解析手法は 3 次元問題への拡張は容易である。

参考文献

- (1) 田中正隆, 松本敏郎, 中村正行: 境界要素法, 培風館, (1991).
- (2) 田中正隆, 松本敏郎, 須田裕輔, 高桑晋: 傾斜機能材料中の非定常熱伝導問題に対する二重相反時間スラップ境界要素法, 日本機械学会論文集 (A 編), 68-676 (2002), pp.1702-1707.
- (3) 田中正隆, 松本敏郎, 高桑晋: 温度依存性材料の非定常熱伝導問題に対する時間スラップ DRBEM (2 次元問題の検討), 境界要素法論文集, 20 (2003), pp.45-50.
- (4) P. W. Partridge, C. A. Brebbia, and L. C. Wrobel: *The Dual Reciprocity Boundary Element Method*, Computational Mechanics Publications, (1992).
- (5) C. S. Chen, C. A. Brebbia, and H. Power: Dual reciprocity method using compactly supported radial basis functions, *Commun. Numer. Meth. Engrng.*, 15 (1999), pp. 225-242.
- (6) J. T. Katsikadelis: *Boundary Elements: Theory and Applications*, Elsevier, (2002).
- (7) 石黒周司, 田中正隆, 松本敏郎: 境界要素法による異方性体の 2 次元非定常熱伝導解析, 日本機械学会論文集 (A 編), 67-659 (2001), pp.1-6.
- (8) 田中正隆, 松本敏郎, 楊慶峰: 直交異方性体の非定常熱伝導問題に対する時間スラップ境界要素法, 日本機械学会論文集 (A 編), 59-559 (1993), pp.856-862.
- (9) 日本エムエスシー: MSC.Patran 2001 日本語オペレーションマニュアル, (2001).