境界要素法における計算点解析法の複雑な支配方程式の問題への適用

APPLICATION OF COMPUTING POINT METHOD IN BEM TO PROBLEMS WITH COMPLICATED GOVERNING EQUATION

神谷紀生 [1)]，橋爪智弘 [2)]，箕浦昌之 [3)]

N. Kamiya, T. Hashizume and M. Minoura

[1)]名古屋大学大学院情報科学研究科 (〒464-8601 名古屋市千種区不老町 E-mail:b41861a@nucc.cc.nagoya-u.ac.jp)
[2)]名古屋大学大学院人間情報学研究科 (〒464-8601 名古屋市千種区不老町 E-mail:hashi@info.human.nagoya-u.ac.jp)
[3)]名古屋大学情報文化学部 (〒464-8601 名古屋市千種区不老町 E-mail:minoura@info.human.nagoya-u.ac.jp)

Abstract: Applicability of the so-called boundary-type numerical analysis scheme to some of nonlinear and/or inhomogeneous problems governed by complicated differential operators is considered in this paper. Considered differential equations may have no linear differential operator as the principal part or complicated differential operator multiplied by unknown function or function in terms of the coordinates. In these cases, ordinary schemes either by finite elements or boundary elements cannot be dealt easily and efficiently. Therefore, Computing Point Analysis (CPA) scheme in the Boundary Element Method, proposed earlier by one of the present authors in order to get solution by boundary discretization alone, is tried to apply them. Starting from elementary examination, we will discuss new possibility of the CPA to the mentioned problems.

Key Words: Boundary Element Method, Computing Point Method, Nonlinear Differential Equations, Complicated Differential Operators

1. はじめに

非線形微分方程式を境界要素法で解くとき，２つの別々の困難がある．そのひとつは，主要微分作用素が線形であり，非線形項が非同次項として現れる場合に生じるもので，境界の要素による離散化だけでは問題を解くことができないことである．これに関して種々の研究や試みが約 20 年間にわたって行われ，「２重相反法（DRM）」[(1)]や「計算点解析法（CPM）」[(2, 3)]などをはじめとして，有効な方法が利用できる状況になってきた．これらは非同次項に関する領域積分を実行できるようにするために，非同次項を何らかの方法で近似するものである．

一方もうひとつの問題は，線形な主要微分作用素が存在しない場合や，主要微分作用素に座標の関数や未知関数あるいはその導関数などが掛かる問題の扱いである．これらについては，もはや境界要素法だけの問題ではなく，差分法や有限要素法においても普遍的で有効な方法を見出すことはむつかしいといえる．このような問題にはじめて境界要素法の立場から取り組んだのは Katsikadelis ら[(4)]であり，阿部ら[(5, 6)]も同様の試みを行っている．ある種の仮定のもとに，非線形方程式の解を，ラプラシアンを主要微分作用素とする非同次方程式の解と仮定し，非同次項に２重相反法と同様の考えを導入する．この形式の解をもとの非線形方程式に代入し，境界と領域内部にとった点で方程式が成り立つようにする．非同次項の近似は DRM と同様，距離に依存する簡単な関数を用いている．いくつかの解析例によって有効性を主張しているが，精度の高い解を得るためにはきわめて多数の内点が必要になるようである．また阿部ら[(5, 6)]の計算によれば，非同次項の近似に用いる関数の選択が解の精度，ひいては方法の有効性に本質的影響を与えるようである．

本研究では，第２の問題点で示したタイプの非線形微分方程式への新たなアプローチとして，著者らが第一の問題点への対応策として提案した計算点解析法[(2, 3)]を適用することを考える．

2. 非線形問題へのアプローチ

以下の考察は２階の導関数を最高次数とする微分方程式に限るものとする．また説明は２次元(x, y)空間とする．

主要微分作用素が特定できない，あるいはそれが線形でない場合には，対応する基本解を見出すことは極めて困難であるし，い