

境界要素法による異方性材料の熱粘弾性応力解析

THERMO-VISCOELASTIC ANALYSIS FOR ANISOTROPIC MATERIALS
BY BOUNDARY ELEMENT METHOD隅田 武志¹⁾, 荒井 政大²⁾, 清水 理能³⁾

Takeshi SUMIDA, Masahiro ARAI, Masayoshi SHIMIZU

- 1) 信州大学大学院工学系研究科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: takeshi@str1.shinshu-u.ac.jp)
 2) 信州大学工学部機械システム工学科 (〒 380-8553 長野市若里 4-17-1, E-mail: arai@shinshu-u.ac.jp)
 3) 富山大学工学部機械知能システム工学科 (〒 930-8555 富山市五福 3190, E-mail: shim@eng.toyama-u.ac.jp)

In the present paper, a formulation for the analysis of residual stress in thermo-viscoelastic and anisotropic materials is discussed. The present formulation is based on Laplace transformed boundary element technique, where the principle of time-temperature conversion are adopted for the constitutive equations of the thermo-viscoelastic materials. In order to calculate the Laplace-transformed solutions on the reduced time domain, numerical inversion of Laplace transform is used according to Hosono's formulation. Numerical examples for the anisotropic material are demonstrated and it is shown that the presented formulation based on BEM gives high accurate residual stress on the annealing of the thermo-viscoelastic and anisotropic materials.

Key Words: Boundary Element Method, Anisotropic Thermo-Viscoelasticity, Laplace Transform

1. 緒 論

機械部品, 機器構造物の軽量化・高強度化さらには精密化を図るうえで, 樹脂をマトリクスとする複合材料が幅広く利用され, その用途もますます拡大しつつある。しかしながら, 樹脂マトリクスからなる成形品は, 成形時の冷却プロセスに起因して, 内部に残留応力や残留変形が発生することがあり, それらが製品の破損ならびに成形精度の低下をもたらすことも少なくない⁽¹⁾⁽²⁾。

また, 樹脂は材料物性値が温度に強く依存し, 特にその弾性係数は温度と時間の両者に依存する熱粘弾性的な特性を有している。それゆえ, 幅広い温度環境下における使用を想定すれば, その熱的特性を考慮した上での熱粘弾性解析を実施し, 残留応力・残留変形の発生機構を明らかにするとともに, これらを定量的に評価することが重要となる。

本研究では, 樹脂に代表される熱粘弾性材料の冷却過程において発生する応力・変形の解析を, 境界要素法により行う定式化について議論する。構成方程式が温度と時間に依存する線形熱粘弾性材料では, 一般に時間-温度換算則が成立し換算時間を用いて温度を時間に置き換えることができ, Laplace 変換領域での統一的な定式化が可能である。

そこで本論文では, 樹脂ならびに炭素繊維強化複合材料 (CFRP) などの異方性熱粘弾性材料の冷却過程において発生する残留応力を, Laplace 変換法に基づく境界要素法により解析するための定式化について議論するとともに, その有用性についての基礎的な考察を行った。数値 Laplace 逆変換には, 換算時間軸において任意の時刻の演算が可能であることなどの利点から, 細野の方法⁽³⁾⁽⁴⁾を適用した。また, 応用計算例としてき裂を有する CFRP 積層板の成形モデル解析を実施し, 冷却過程で残留応力が材料強度評価のクライテリアに及ぼす影響について考察を行った。

2. 理 論

2.1 線形粘弾性体の構成方程式 はじめに, 構成方程式が時間に依存する性質を有する線形粘弾性体について示す。線形粘弾性体の微小単位格子に対して, 次式のように時間 t に関してステップ関数状のひずみを作用させる場合について考える。

$$\varepsilon_{kl}(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t \geq 0) \end{cases} \quad (1)$$

上式のひずみに対する応力の時間変動を $\sigma(t) = C_{ijkl}(t)$ とすると, 線形粘弾性体における構成方程式は, 以下のように Duhamel の畳込み積分形で記述される⁽⁵⁾。

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t C_{ijkl}(t-\tau) \frac{d}{d\tau} \varepsilon_{kl}(\tau) d\tau + C_{ijkl}(0) \varepsilon(0) \quad (2)$$

ここで, $C_{ijkl}(t)$ を緩和弾性テンソルと呼ぶ。

初期条件として時刻 $t = 0$ において $\sigma_{ij} = 0$ を与え, 式 (2) を Laplace 変換すると次式を得る。

$$\bar{\sigma}_{ij}(s) = s \bar{C}_{ijkl}(s) \bar{\varepsilon}_{kl}(s) \quad (3)$$

ただし, s は Laplace 変換パラメータである。すなわち, 線形粘弾性体の構成方程式は緩和弾性テンソルに s が乗じられる以外は通常の線形弾性体と相似な構成方程式となる。結果的に, 線形粘弾性体においても独立な弾性定数が与えられれば, 構成方程式が一意的に定まることになる。

2.2 線形熱粘弾性体の構成方程式 次に, 構成方程式が温度依存性を示す場合について考える。線形熱粘弾性体の緩和弾性率と温度 T および時間 t の間には時間-温度換算則が成立し, 次式のように一般化できることが実験的に検証されている。

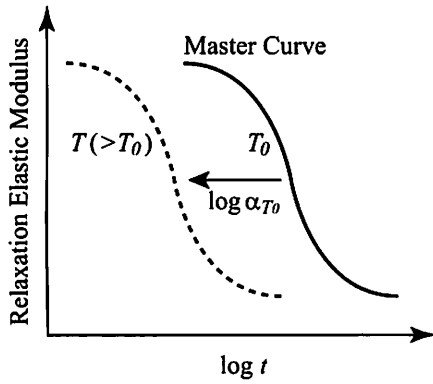


Fig.1 Definition of relaxation modulus and shift factor

$$C(t, T_0) = C\left(\frac{t}{\alpha_{T_0}(T)}, T\right) \quad (4)$$

すなわち、任意の時刻 t における緩和弾性率 $C(t, T)$ と基準温度 T_0 における緩和弾性率 $C(t, T_0)$ は時間温度移動因子 $\alpha_{T_0}(T)$ によって関係づけられる。式 (4) における時間を対数を用いて書き直すと

$$\tilde{C}(\log t, T_0) = \tilde{C}(\log t - \log \alpha_{T_0}(T), T) \quad (5)$$

となる。この式から明らかなように、任意の温度 T における緩和弾性率是对数軸上で描かれる基準温度 T_0 の緩和弾性率 (Master Curve) を $\log \alpha_{T_0}$ だけ平行移動することによって求められることを示している (Fig.1)。時間温度移動因子 $\alpha_{T_0}(T)$ は基準温度 T_0 に対する温度 T の関数であり、一般にシフトファクター (Shift Factor) と呼ばれる。

ここで、式 (4) の実時間 t を次式

$$t'(T_0) = t \cdot \alpha_{T_0}(T) \quad (6)$$

を用いて換算時間 t' により書き直すと次式を得る。

$$C(t, T) = C\left(\frac{t'(T_0)}{\alpha_{T_0}(T)}, T\right) = C(t'(T_0), T_0) = C(t') \quad (7)$$

よって、換算時間 t' を用いて記述すれば、温度の影響を時間によって置き換えることが可能となる。さらに、温度 T が時間とともに変化する場合の換算時間 t' は次式を用いて計算される。

$$t' = \int_0^{t'} \alpha_{T_0} \{T(\tau)\} d\tau \quad (8)$$

最終的に、線形熱粘弾性体の構成方程式は式 (2) の時間 t を換算時間 t' に置き換えることにより、次のように与えられる。

$$\sigma_{ij}(t') = \int_0^{t'} C_{ijkl}(t' - \tau) \frac{d}{d\tau} \{ \varepsilon_{kl}(\tau) - \theta_{kl}(\tau) \} d\tau + C_{ijkl}(0) \varepsilon_{kl}(0) \quad (9)$$

ただし、右辺積分内の第 2 項は、温度変化に伴う熱ひずみの項であり、線膨張係数 ρ が一定の場合、

$$\theta_{kl}(t') = \rho_{kl} (T(t') - T_0) \quad (10)$$

となる。また、線膨張係数に温度依存性がある場合には、

$$\theta_{kl}(t') = \int_{T_0}^{T(t')} \rho_{kl}(T) dT \quad (11)$$

で与えられる。

さらに、時刻 t' について式 (9) に Laplace 変換を施すことにより、像空間上での構成方程式を以下のように得る。ただし、初期条件として $\varepsilon_{kl}(0) = 0$ を与えた。

$$\bar{\sigma}_{ij}(s) = s \bar{C}_{ijkl}(s) \{ \bar{\varepsilon}_{kl}(s) - \bar{\theta}_{kl}(s) \} \quad (12)$$

以上のように、線形熱粘弾性体の Laplace 変換領域における構成方程式は静的な熱弾性問題⁽⁶⁾と全く同型であるから、熱弾性問題に対する一般的な解法を適用することによって Laplace 像空間上での解を容易に求めることができる。得られた像空間解に Laplace 逆変換を施し、さらに換算時間 t' を実時間に変換することによって物理量の時刻歴が求められる。

2.3 境界要素法による定式化 前節で論じた線形熱粘弾性体についての境界要素法による定式化について考える。なお、以降の定式化では、対象とする現象の時間が物体の慣性力の効果が無視できるほど長いものとする。さらに、温度の時間変化は緩やかであり、物体内における温度分布は一様であるものとする。以上の仮定をおけば、Laplace 変換領域における物体の変位 \bar{u}_i について以下のつり合い方程式が成立する⁽⁷⁾。

$$s \bar{C}_{ijkl} \bar{u}_{k,lj} - \bar{\gamma}_{ij,j} = 0 \quad (13)$$

ただし、 $\bar{\gamma}_{ij}$ は次式で定義される熱ひずみの項である。

$$\bar{\gamma}_{ij} = s \bar{C}_{ijkl} \bar{\theta}_{kl} \quad (14)$$

式 (13) より、温度変化がない場合と比べて最後の項が付加されていることがわかる。すなわち、通常の Navier の式に $-\bar{\gamma}_{ij,j}$ という体積力が働き、 $\bar{t}_i + \bar{\gamma}_{ij} n_j$ という表面力が与えられた問題と等価に取り扱うことができる⁽⁶⁾。

以上の定式化から、Laplace 変換領域における線形熱粘弾性問題は、支配方程式 (13) を与えられた境界条件の下で解き、その境界条件を満たす変位場の解を求める問題に帰着する。通常の熱弾性問題の定式化⁽⁷⁾に従えば、式 (13) に対応する境界積分方程式を以下のように得る。

$$C_{ij}(P) \bar{u}_j(P) = \int_{\Gamma} \{ \bar{U}_{ij}(P, Q) \bar{t}_j(Q) - \bar{T}_{ij}(P, Q) \bar{u}_j(Q) + \bar{U}_{ij}(P, Q) \bar{\gamma}_{jknk} \} d\Gamma \quad (15)$$

ここで、核関数 \bar{U}_{ij} および \bar{T}_{ij} は式 (13) を満たす特解であればよく、一般の静弾性問題と同様に、2次元均質等方材料であれば Kelvin の解を、2次元直交異方性材料であれば Rizzo と Shippy の解⁽⁸⁾を用いればよい。

3. 解析例

3.1 熱粘弾性解析の基礎検討 (1次元問題) ここでは、異方性材料に関する最も基本的な例題として Fig.2 に示されるような、軸方向に変位が固定された棒 (帯板) の冷

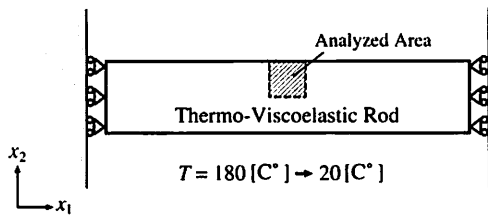


Fig.2 Model 1 (annealing of rod)

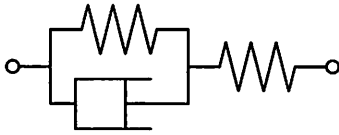


Fig.3 Kelvin chain model

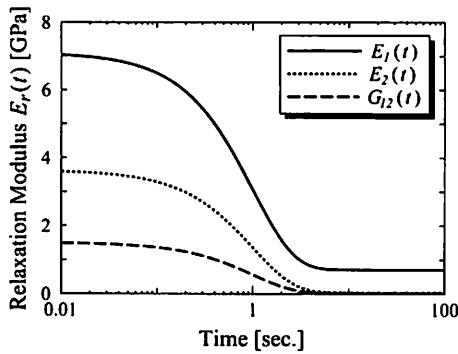


Fig.4 Master curve of relaxation modulus $E_r(t)$

Table 1 Parameters of Kelvin model

	$E(0)$ [GPa]	p_1 [s]	q_0	q_1 [s]
$E_1(t)$	7.10	1.0	0.1	1.0
$E_2(t)$	3.63	1.0	0.01	1.0
$G_{12}(t)$	1.50	1.0	0.01	1.0

却問題を取り上げ、その解析手順について詳しく述べるとともに解析結果を示す。

マスターカーブ、すなわち基準温度 T_0 における緩和弾性係数 $E_r(t)$ については、Fig.3 に示すような Kelvin 鎖 3 要素モデルにより近似した。

$$\frac{E_r(t)}{E(0)} = \frac{q_1}{p_1} \exp\left(\frac{-t}{p_1}\right) + q_0 \left\{ 1 - \exp\left(\frac{-t}{p_1}\right) \right\} \quad (16)$$

上式で与えられる 3 要素モデルのマスターカーブを Fig.4 に示す。諸定数には Table 1 に示す値を用いた。なお、本論文の計算ではポアソン比を全て一定として取り扱っている。

時間-温度換算則を表すシフトファクターに関しては、Fig.5 に示されるように 2 直線により近似した。なお、基準温度は $T_0 = 138$ [°C] である。また、温度の降下条件については Fig.6 に示されるように、降下速度の異なる 3 通りのケースについて解析を実施した。

以上のように、シフトファクター $\alpha_{T_0}(T)$ ならびに温度履歴 $T(t)$ が分かれば、式 (8) を数値的に積分することによって Fig.7 に示されるような実時間 t と換算時間 t' の関係が求められる。

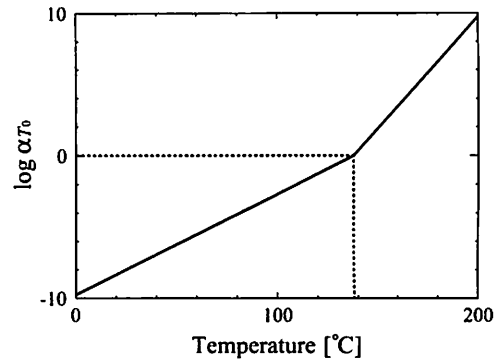


Fig.5 Shift factor for the analysis of model 1

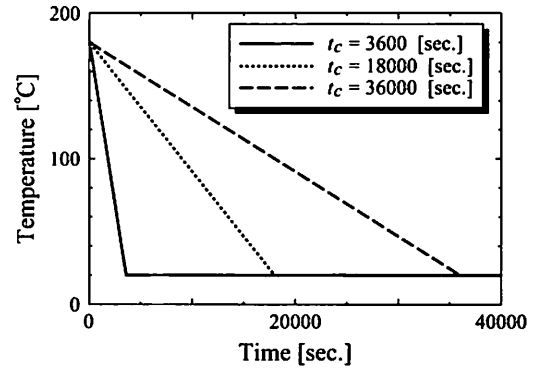


Fig.6 Cooling history

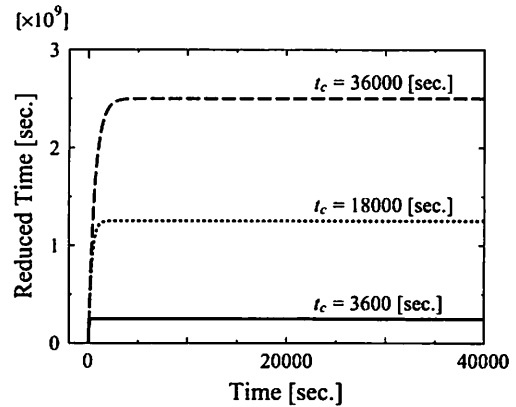


Fig.7 Relation of time t and reduced time t'

棒の線膨張係数は温度に関する一次関数として x_1, x_2 方向ともに次式のように定義した。

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 T \quad (17)$$

$$(\rho_0 = 1.19 \times 10^{-5} [\text{K}^{-1}], \rho_1 = 3.70 \times 10^{-8} [\text{K}^{-2}])$$

境界積分方程式 (15) を Laplace 変換領域で解くには、緩和弾性係数 $E_r(t')$ ならびに熱ひずみに関する項 $\theta_{ki}(t')$ に Laplace 変換を施す必要がある。像空間上の緩和弾性係数 $\bar{E}_r(s)$ については、式 (16) を解析的に Laplace 変換した次式を用いた。

$$\bar{E}_r(s) = E(0) \frac{q_0 + s q_1}{s(1 + s p_1)} \quad (18)$$

また、熱ひずみについては、 $\theta_{ki}(t')$ を区分的な矩形波により離散化し解析的に Laplace 変換を行った後、それらの結

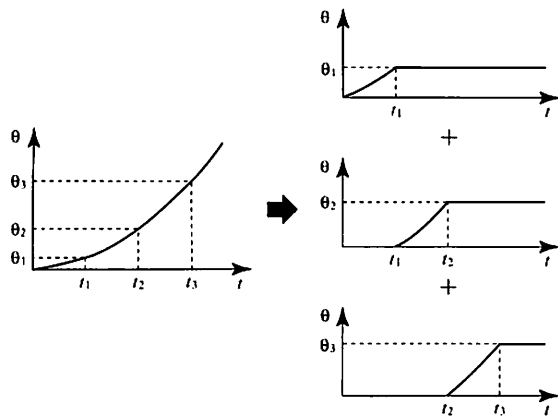


Fig.8 Division of thermal strain

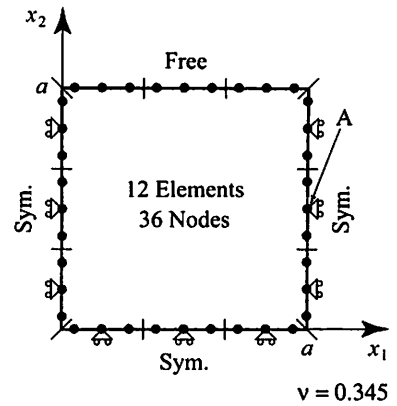


Fig.10 Element division of model 1

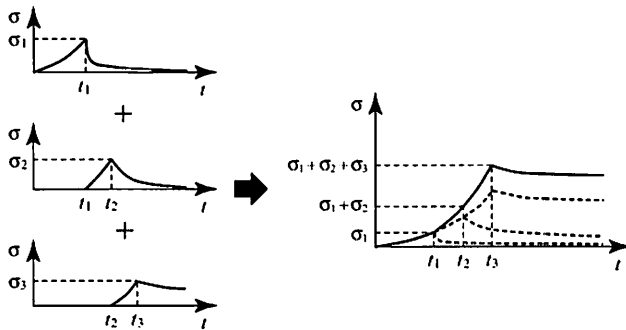


Fig.9 Superposition of numerical result

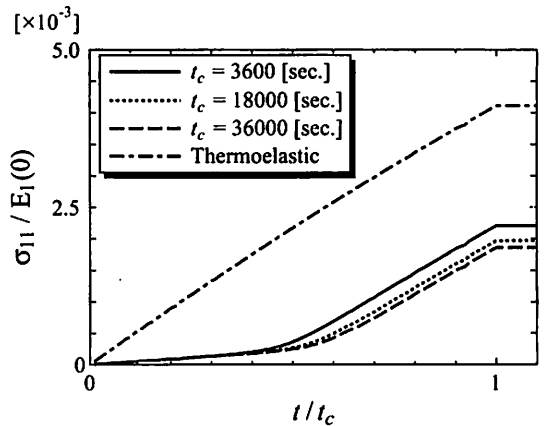


Fig.11 History of residual stress σ_{11} of model 1

果を重ね合わせるにより $\bar{\theta}_{kl}(s)$ を求めた。この方法は極めて原始的な方法ながら、複素平面上の任意座標における値を容易に得られる利点がある。

さて、Fig.7 に示されているように、換算時間 t' は実時間 t に関して対数関数的に変化する。得られた像空間解の Laplace 逆変換に対して FFT を用いる数値的な Laplace 逆変換法⁽¹⁰⁾ を適用した場合、計算結果は換算時間 t' について等分割なデータで得られるから、実時間上での時間増分は基準温度に対して高温域である初期の時間範囲では密となり、時間の増加とともに粗くなる。すなわち、応力および変位の時刻歴を時間に関して等分割なデータで得ようとするならば、換算時間 t' に対して不等分割な演算が可能な Laplace 逆変換法を適用することが望ましい。

そこで、本論文では数値解の逆 Laplace 変換に対して、任意の時刻に対する演算が可能な細野の方法⁽³⁾⁽⁴⁾ を採用するものとした。また後述するように、熱粘弾性体の解析では数値 Laplace 逆変換に極めて高い精度が要求される。これは主として実時間と換算時間の関係が対数的であり、時間後半になるほど換算時間の変化が相対的に小さくなることに起因していると考えられる。そこで、細野の方法の適用においては、Fig.8 に示すように熱ひずみに対して区分的に分割を行い、各々の区間について数値 Laplace 逆変換を適用するものとした。最終的な応力および変位の時刻歴は、各々の区間における解析結果を Fig.9 に示すような方法により重ね合わせるにより求められる。なお、本節の計算における熱ひずみの分割は、冷却中の応力の増加の割合が変化する時刻付近を特に細分し、経験的に 25 区間

に分割した。

BEM 解析モデルの要素分割および境界条件を Fig.10 に示す。本解析は完全な一様変位場となるため、解析領域は任意に設定できるが、今回の計算では対称条件を考慮して、Fig.2 の斜線部分を計算領域とした。左右の x_1 軸に直交する左右の面および下面は対称条件として取り扱うことができる。また、上面は自由面である。境界全域を 12 要素 36 節点の 2 次非適合型要素で分割し、平面応力状態として解析を行った。

Fig.11 は、点 A において求められた残留応力 σ_{11} の解析結果である。この結果より、冷却中に発生する熱粘弾性応力は温度差のみに依らず、冷却時間によって異なることが確認できる。特に、基準温度付近における応力緩和の効果が残留応力に明らかに影響を及ぼしている様子が認められる。

3.2 CFRP 積層板の熱粘弾性解析 一方向プリプレグを用いた CFRP 積層板内に生ずる損傷は、一般にトランスバースクラックと層間剥離に大別される。この中でも、層間剥離は CFRP 積層板の損傷評価を行う上で重要な位置付けにあり、種々の破壊力学的な評価が適用され、そのクライテリオンを検討がなされている⁽⁸⁾。CFRP 積層板のマトリクス材は、熱可塑性ないし熱硬化性の樹脂であり、典型的な熱粘弾性材料である。そのため、CFRP 積層板の力学的評価を行う上では、その熱粘弾性特性を考慮した解析を適用することが望ましい。

Table 2 Material properties of CFRP laminate

0° Layer (anisotropy)	90° Layer (isotropy)
$E_L = 97.8$ [GPa]	
$E_T(0) = 7.10$ [GPa]	$E_T(0) = 7.10$ [GPa]
$G_{LT}(0) = 3.30$ [GPa]	
$\nu_{LT} = 0.345$	$\nu_{TT} = 0.5$
$\rho_L = 0$ [μ /K]	$\rho_T = 25$ [μ /K]
$\rho_T = 25$ [μ /K]	

具体的に言えば、一般的に加圧・加熱成形により作成される CFRP 積層板は、成形過程において残留応力が内部に発生している。この残留応力を無視して層間剥離進展時の破壊靱性値を見積もると、本来の値との間に誤差が生じることが懸念される。本報では、CFRP 積層板の成形過程において発生する残留応力を定量的に見積もることによって、その影響について調べることにした。

CFRP 積層板の残留応力解析に関する BEM モデルを Fig.12 に示す。3 層からなる積層板を想定し、上下の層は炭素繊維の方向が試験片の長手方向に一致する層 (0° 層) であり、中間層は繊維配向が紙面と直交する層 (90° 層) とした。また、0° 層と 90° 層の間には、長さ 20mm の予き裂が設けられている。BEM 解析に際しては、0°, 90° の各層を一つの領域とし、3 つの領域に関して領域結合解法を適用した。境界条件については、下面をすべり条件 ($\sigma_{12} = 0, u_2 = 0$)、それ以外の境界を自由とした。また、領域の接合面に対しては固着条件を、き裂面に対しては摩擦のないすべり接触条件をそれぞれ与えた。

CFRP のマスターカーブは、Fig.13 に示すものを用いた。ただし、CFRP はその繊維方向に対してはほとんど応力緩和が生じない⁽¹¹⁾ことから、繊維方向についてのみ弾性係数を一定とした。また、繊維直交方向およびせん断方向については前節と同様 Kelvin 鎖 3 要素モデルを用い、Kelvin モデルの係数は $p_1 = q_1 = 1.0$ [s], $q_0 = 0.01$ とした。シフトファクターは、前節と同様に Fig.5 に示される値を用いた。

その他の CFRP の物性値は、Table 2 に示すとおりである。なお本論文では、CFRP 積層板は繊維方向を主軸とする横等方性であるものとし、2 次元解析では中間の 90° 層を等方性として取り扱っている。また、冷却条件は温度が時間に関して一次関数的に降下するものとし、130 °C から 20 °C まで 3 時間で冷却を行うものとした。

以上の条件で、前節と同様の手順に従い、き裂近傍の熱粘弾性解析による残留応力の算出を行った。

続いて、熱粘弾性解析により得られた残留応力の評価法について示す。本論文では、残留応力場を考慮した破壊靱性試験の数値解析を行い、残留応力が CFRP 積層板におけるき裂のエネルギー解放率に及ぼす影響の算出を行った。

一方向ブリプレグからなる CFRP 積層板を均質異方性弾

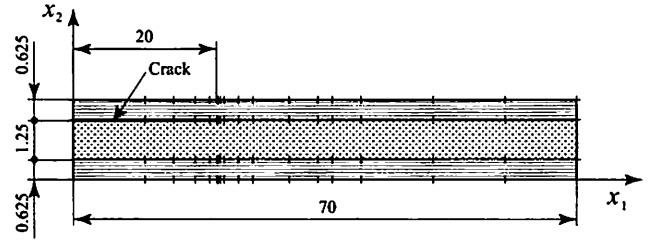


Fig.12 Model 2

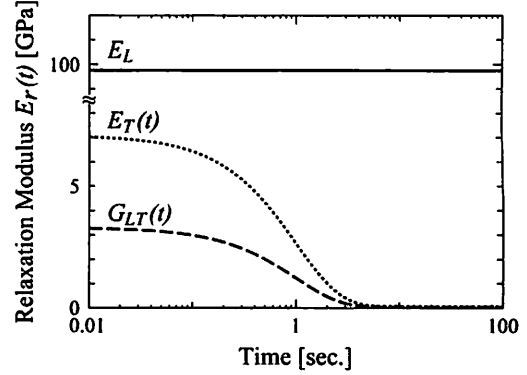


Fig.13 Master curve of CFRP laminate

性材料として取り扱った場合、配向角が異なる層間の剥離は異方性異材界面き裂とみなすことができ⁽⁹⁾、き裂近傍の応力場は複素応力拡大係数で定義される混合モード場となる。直交異方性材料の主軸が直交 $x-y$ 座標系に一致する場合、き裂近傍の引張応力 σ_y 、せん断応力 τ_{xy} およびエネルギー解放率 G はそれぞれ次式のように定義される。

$$\sigma_y + i\sqrt{\frac{H_{11}}{H_{22}}}, \quad \tau_{xy} = \frac{K_1 + i\sqrt{\frac{H_{11}}{H_{22}}}K_2}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{r}{l}\right)^{i\epsilon} \quad (19)$$

$$G = \frac{H_{22}K_1^2 + H_{11}K_2^2}{4 \cosh^2(\epsilon\pi)} \quad (20)$$

ここで、 H_{11} 、 H_{22} および ϵ は材料の組み合わせによって決まる定数であり、その具体形は文献⁽⁹⁾に示されるとおりである。また、 K_1 、 K_2 は異材界面き裂において定義される複素応力拡大係数である。また、 r はき裂先端からの距離、 l は代表長さ、 i は虚数単位である。

式 (19)~式 (20) に示されるように、異材界面き裂では振動因数 $(r/l)^{i\epsilon}$ が存在することにより、引張応力 σ_y と K_1 およびせん断応力 τ_{xy} と K_2 が直接対応しておらず、均質材のようにそれぞれのモードに分離して評価することができない。そこでまず、式 (20) を以下のように書き換える。

$$G = \frac{H_{22}K_i^2}{4 \cosh^2(\epsilon\pi)} \quad (21)$$

ただし、 $K_i = \sqrt{K_1^2 + S^2 K_2^2}$ 、 $S = \sqrt{H_{11}/H_{22}}$ である。すなわち、パラメータ K_i が求めれば、き裂のエネルギー解放率 G が決定できることがわかる。パラメータ K_i は、き裂近傍の応力分布により、次式のように外挿法により求めることができる。

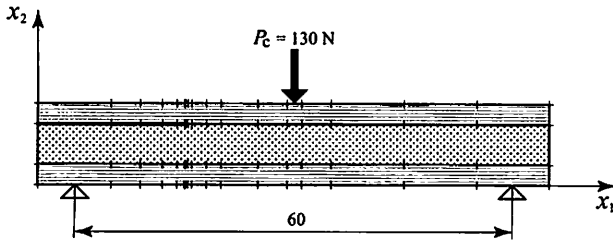


Fig.14 Model 3

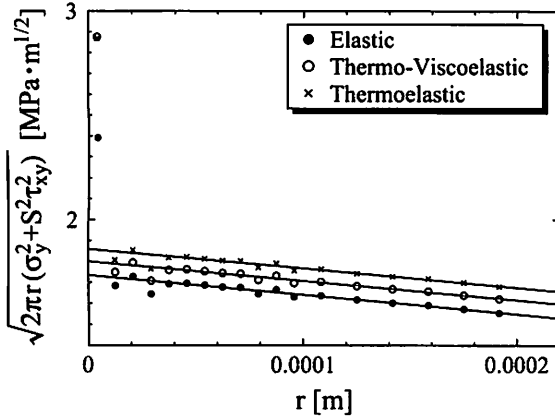


Fig.15 Extrapolation of Parameter K_i

Table 3 Estimated fracture toughness G_c

Analysis Type	G_c [J/m ²]
Elastic	380
Elastic + Thermo-Viscoelastic	409
Elastic + Thermoelastic	437

$$K_i = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r (\sigma_y^2 + S^2 \tau_{xy}^2)} \quad (22)$$

さらに、複素応力拡大係数のモード比 K_2/K_1 も次式により求められる。

$$\frac{K_2}{K_1} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{S} \frac{S \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y} - \tan Q}{1 + S \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y} \tan Q} \quad (23)$$

ただし、 $Q = \epsilon(r/l)$ である。結果的に、弾性解析により得られるき裂進展時の臨界応力場に対して、熱粘弾性解析による残留応力場を重ね合わせた後、外挿式 (22) を適用し、得られた応力拡大係数の臨界値 K_{ic} を式 (21) に代入すれば、冷却により生じた残留応力が破壊靱性値 G_c に与える影響を算出できることがわかる。

き裂のエネルギー解放率算出に用いる BEM 弾性解析モデルを Fig.14 に示す。破壊靱性試験は ENF (End Notched Flexure) 試験を想定し、著者らの過去の報告⁽⁸⁾ からき裂進

展時の臨界荷重は $P_c = 130$ [N] とした。なお、要素分割は Fig.12 と同じである。

Fig.15 は、熱粘弾性解析により算出された残留応力場を考慮した ENF 試験の弾性解析結果について式 (22) を適用し、パラメータ K_i を求めたものである。また、図中の直線はき裂先端近傍の精度低下が著しい数点を除いた上で、き裂長さの 1/100 の範囲のデータに対して最小自乗法により外挿線を求めた結果である。得られたパラメータ K_i の外挿値を用いて算出した破壊靱性値を Table 3 に併せて示す。

Table 3 の結果より、冷却過程において生じた残留応力場を考慮せずに ENF 試験の解析を実施した場合、破壊靱性値を本来の値よりも小さく評価する可能性があるといえる。他方、樹脂の熱粘弾性効果を考慮せず、単なる熱弾性解析のみにより残留応力を見積もれば、逆に破壊靱性値を過大評価する恐れがあることが示唆された。

4. 結論

本論文では、CFRP に代表される異方性熱粘弾性材料の冷却過程において発生する残留応力の解析を、Laplace 変換法に基づく境界要素法により解析する手法について検討を行った。時間-温度換算則に基づいて定義される熱粘弾性体の境界積分方程式は、換算時間に関する Laplace 変換を適用することで統一的な定式化が図られることを示した。

応用事例としてき裂を有する CFRP 積層板の成形モデル解析を実施し、冷却により生じた残留応力場が破壊靱性値に影響を及ぼしていることを示し、樹脂の熱粘弾性特性を考慮した応力解析が重要であることを明らかにした。

参考文献

- (1) 宮野, 新保, 国尾: 長方形断面を有するエポキシ樹脂製の焼き入れによる応力, 日本機械学会論文集 (A 編), Vol.497, No.419, (1981), pp.708-719.
- (2) 例えば, 成澤: プラスチックの機械的性質, シグマ出版.
- (3) 細野: 数値ラプラス変換, 電気学会論文集 A, Vol.99, No.10, (1979), pp.44-50.
- (4) 細野: BASIC による高速数値ラプラス変換, 共立出版.
- (5) J. G. Williams: 高分子固体の応力解析とその応用, (1983), p.79, 培風館.
- (6) 結城, 木須: 境界要素法による弾性解析, (1987), p.81, 培風館.
- (7) Y. C. Shiah, and C. L. Tan: Exact boundary integral transformation of the thermoelastic domain integral in BEM for general 2D anisotropic elasticity, *Computational Mechanics*, Vol.23, (1999), pp.87-96
- (8) 荒井, 上村, 足立, 山路: CFRP 直交積層板の層間破壊靱性値の評価, 日本機械学会論文集 (A 編), Vol.65, No.639, (1999), pp.2238-2245.
- (9) 結城, 石川, 岸本, 許: 界面の力学, (1993), p.216, 培風館.
- (10) Krings, W. and Waller, H.: Contribution of the numerical treatment of partial differential equations with the Laplace transformation (An application of the algorithm of the fast Fourier transformation), *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol.14, (1979), pp.1183-1196.
- (11) 清水, 足立, 荒井, 松本: 衝撃荷重を受ける CFRP 積層板の熱粘弾性応力解析, 日本機械学会論文集 (A 編), Vol.65, No.638, (1999), pp.2060-2066.