

# 多目的GAを用いた地下鉄軌道防振対策の最適化に関する研究

## SUBWAY TRACK OPTIMIZATION FOR VIBRATION REDUCTION BY MULTIOBJECTIVE GENETIC ALGORITHM

西宮 裕騎<sup>1)</sup>, 阿部 和久<sup>2)</sup>, 古田 勝<sup>3)</sup>

Yuuki NISHINOMIYA, Kazuhisa ABE and Masaru FURUTA

<sup>1)</sup>新潟大学大学院自然科学研究科 (〒950-2181 新潟市五十嵐二の町8050)

<sup>2)</sup>新潟大学工学部建設学科 (〒950-2181 新潟市五十嵐二の町8050, E-mail:abe@eng.niigata-u.ac.jp)

<sup>3)</sup>東京都交通局 (〒163-8001 東京都新宿区西新宿2-8-1)

A multiobjective genetic algorithm is applied to subway track optimization in the context of vibration reduction. The objective functions are defined by the vibration acceleration level, the construction cost and the fatigue life of rail. The design parameters are given by the stiffness of sleeper pad, the weight of sleeper and the tunnel thickness. Since the evaluation of track vibration needs very long computation time, a neural network is introduced to reduce the computational effort. It is found that the developed method provides Pareto solutions effectively. The characteristics of the Pareto solution are discussed based on the numerical results.

**Key Words :** subway track, vibration reduction, multiobjective genetic algorithm, neural network

### 1. はじめに

過密都市部に建設される地下鉄道は、その周辺に公共施設や住宅が林立し、それらの直下を通過せざるを得ない場合も少なくない。この様な状況を受け、振動発生源である地下鉄自体に対し様々な防振対策が講じられている。

現在では数値解析による防振対策の評価がある程度可能となっている<sup>1)</sup>。しかし、実際の設計では防振性に加え経済性などを考慮に入れた総合的評価に基づく検討が必要となる。

本研究では地下鉄道において施されている主要な防振対策を対象に、防振効果・建設費用・レール寿命に関して総合評価し、最適な設計条件を見出すための一手法を構築する。なお、防振効果とその対策費用やレール寿命とは相反する関係にあり、前者の改善は後者の性能低下を招く。このような問題においては、各目標に対する妥協解、いわゆるパレート解を求める必要がある。

パレート解の探索では多数の妥協解を同時に求めが必要があり、このような目的に対し遺伝的アルゴリズム(GA)が適している<sup>2)3)</sup>。多目的最適化問題を対象としたGA(多目的GA)は、近年多くの研究がなされており、幅広い分野で応用されている<sup>4)5)</sup>。

以下では、防振対策に関する防振パッドのバネ定数・まくらぎ重量・トンネル覆工厚の3つを設計変数にとり、上述の3項目を目的関数とした多目的

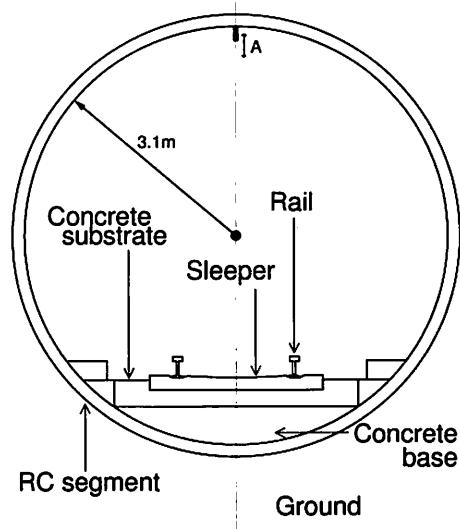


Fig. 1 Section of tunnel

GAを構築する。また、具体例を通して適用可能性について検討する。

### 2. 対象とする地下鉄構造と設計変数

Fig.1に示すような単線シールドトンネルを対象に考える。一般的なコンクリート直結道床で、二次覆工はないものとする。レール・まくらぎ間には公称バネ定数110MN/mの軌道パッドが設置されてい

Table 1 Material parameters of concrete base, tunnel and ground.

Concrete base & Tunnel	Density	(kg/m <sup>3</sup> )	2300
	Shear modulus	(MPa)	1435
	Poisson's ratio		0.26
Ground	Density	(kg/m <sup>3</sup> )	1420
	Shear modulus	(MPa)	88.75
	Poisson's ratio		0.45

る。また、まくらぎ間隔は58cmで、列車走行速度は実際の地下鉄を想定し20m/sとした。

設計変数には過去の研究<sup>6)</sup>において顕著な防振効果の認められた、防振パッドのバネ定数  $k_s$ 、まくらぎ重量  $m_s$ 、RCセグメント厚(覆工厚) $t_{RC}$ の3つを設定する。各設計変数の設定範囲は、 $2 \leq k_s \leq 40(\text{MN/m})$ ,  $200 \leq m_s \leq 300(\text{kg})$ ,  $0.25 \leq t_{RC} \leq 0.35(\text{m})$ とした。なお、防振パッドとはまくらぎ・道床間に挿入されるゴムパッドのことであり、低バネ定数のもの程高い防振効果を発揮する。しかし、極端に剛性の低いものは、列車走行安定性に支障をきたす恐れがあり、一般に4MN/m以上のものが用いられている。まくらぎ重量と覆工厚については、それらの値の増加により防振性の向上を図ることができる。

また、レールに関しては50Nレールと60kgレールを検討対象とする。ただし、レール種別の違いについては、防振性に対し有意な効果が認められなかつたので、特に設計変数としては考慮せず、各々の下で独立にパレート解の探索を実施する。上記以外の解析条件は文献<sup>6)</sup>に準じて設定した(Table1)。

### 3. 目的関数の設定

目的関数には、上記の振動加速度の他に防振対策と連動して影響を受けると考えられる、建設費用とレール寿命を設定する。なお、これらの評価にあたり、 $k_s = 40\text{MN/m}$ ,  $m_s = 200\text{kg}$ ,  $t_{RC} = 0.25\text{m}$ の場合を基準にとり、そこからの差分により表示することとした。

#### 3.1 振動加速度レベル

防振性能の評価は、Fig.1に示したトンネル天井部A点における鉛直方向振動加速度レベル(VAL(dB))に基づいて行う。VALは次式より求める。

$$\begin{aligned} \text{VAL} &= 20 \log_{10} \frac{P}{P_0} (\text{dB}) \\ P^2 &= \int_{f_1}^{f_2} S(f) df \\ S(f) &= \frac{1}{T} |F(f)|^2 \end{aligned} \quad (1)$$

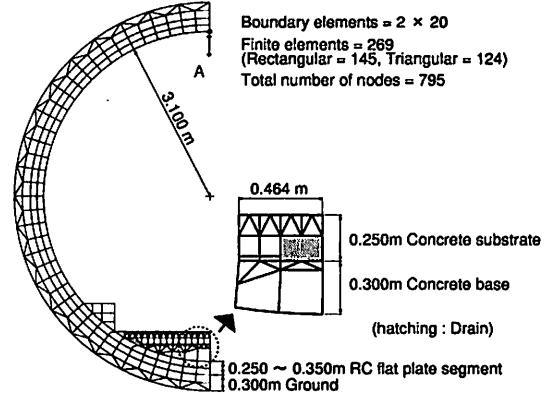


Fig. 2 Discretization in quasi 2-dimensional problem.

ここで、 $F$ は加速度時刻歴のFourier変換、 $f_1, f_2$ は下、上限周波数、 $T$ は加速度を観測した総時間、 $P^2$ は平均パワー、 $P_0$ は基準値で  $P_0 = 1.0 \times 10^{-5}(\text{m/s}^2)$  である。

本解析モデルは車両をモデル化していないため、10Hz以下における車両の固有振動モードが再現できないこと、及び地盤を伝播して行く主要な周波数帯が60Hz前後に分布することを考慮に入れ、周波数範囲を10Hz～100Hzとした。

式(1)における振動加速度スペクトル  $F$  は、文献<sup>1)</sup>に構成した走行車輪・軌道・トンネル・地盤連成解析手法により求める。なお、トンネル・地盤は3次元動弾性場とし、有限要素・境界要素結合法により解法を構成している。具体的には三次元波動場を時間・トンネル奥行き方向に Fourier 変換し、周波数・波数空間における準二次元問題に帰着して解く。その際に道床・トンネル・周辺地盤の一部は有限要素で、またその外部領域を境界要素で離散化した。得られた準二次元解の逆 Fourier 変換により時間域三次元解を求めた。なお、準二次元問題における要素分割を Fig.2 に示す。

#### 3.2 建設費用

費用は実際の建設実績を参考にトンネル1m当たりの単価で評価した。なお、レール種別(50N, 60kgレール)と防振パッドが費用に及ぼす影響は、他の設計変数と比べわざかなので以下では考慮しない。

まくらぎ単価は100(円/kg)とした。1kmあたり約1724本敷設されているので、200kgのまくらぎを基準とし、そこからの差分によりまくらぎ費用関数  $f_1$  を次式で与える。

$$f_1(m_s) \equiv 172.4 \times (m_s - 200) (\text{円/m}) \quad (2)$$

トンネルの建設費用  $f_2$  はその建設実績から断面積の増加比率で評価し、トンネル内径を3.1mとし、トンネル覆工厚0.25mの場合からの増分により式

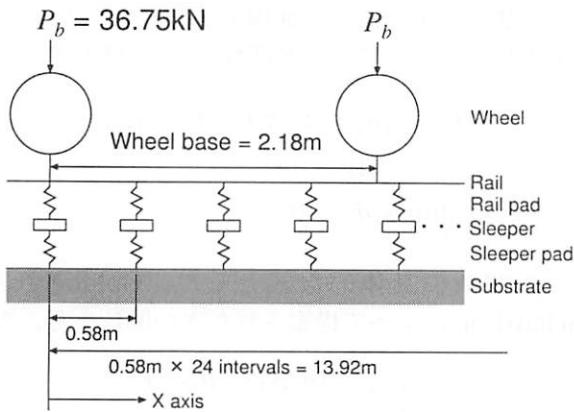


Fig. 3 Modeling of railway track for the evaluation of rail stress.

(3) のように設定した。

$$f_2(t_{RC}) \equiv 65100\pi\{(t_{RC} + 3.1)^2 - (0.25 + 3.1)^2\} (\text{円}/\text{m}) \quad (3)$$

### 3.3 レール寿命

防振パッドの低バネ定数化により、大きな防振効果を期待できるが、それと同時にレールのたわみ量が増加し、レール内部に発生する曲げ応力も増加する。これはレール寿命の低下を助長する恐れがある。

レール寿命の評価に際し、まずレール底面の絶対最大曲げ応力を静的解析により求める。解析では Fig.3 に示すように、レールをはり要素で離散化し、パッド類を非線形バネでモデル化した。

解析では Fig.3 のモデルにおいて 2 車輪(1 台車相当)の位置を移動させ、まくらぎ間中央におけるレール底面応力の変動を求めた。得られたレール底面の応力範囲  $\Delta\sigma$  をもとに、底面に設定した亀裂に対し、台車通過毎の亀裂進展  $\Delta a$  を以下の予測式<sup>7)</sup>に基づき評価した。

$$\frac{da}{dN} = \Delta K^3 \times 10^{-11} \quad (\text{m}/\text{cycle}) \quad (4)$$

$$\Delta K = \Delta\sigma \sqrt{\pi a/2}$$

ここで、 $a$  は亀裂深さ、 $\Delta\sigma$  はレールの曲げ応力範囲、 $\Delta K$  は応力拡大係数である。

ここではレール寿命の相対的評価指標を得る目的で、深さ 15mm の半楕円形初期亀裂を与え、亀裂深さが 25mm に達するまでの列車通過トン数により寿命を反映した指標を評価する。得られた防振パッドのバネ定数とレール寿命(通過トン数)との関係を Fig.4 に示す。図より、レール種別は防振性に影響を及ぼさないものの、レール寿命には大きな差異をもたらすことがわかる。

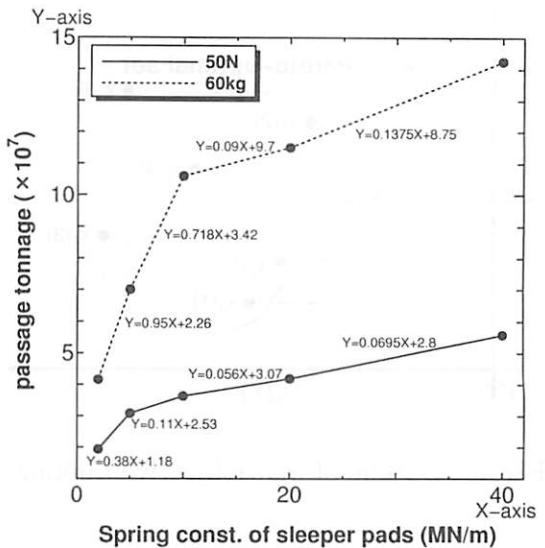


Fig. 4 Relation between stiffness of sleeper pad and life of rail.

### 4. 多目的 GA による最適解の探索

以下では文献<sup>9)</sup>に示した GA を基本に、本研究で新たに構成した多目的 GA について述べる。

#### 4.1 コード化

GA では通常二進数表現された染色体により個体を定義するが、その場合、コード化とデコード化が必要となる上、精度向上にはビット数を増やす必要があり必ずしも効率的とはいえない。そこで、個体の各変数を実数で表現する実数型 GA を用いる。この時、各個体は設計変数空間内の位置ベクトル  $\mathbf{x}_i$  により定義される。

#### 4.2 評価

$j$  番個体の  $i$  番目的関数を  $F_i(\mathbf{x}_j)$  とし、適合度  $\Phi_i(\mathbf{x}_j)$  を次式により定義する。

$$\Phi_i(\mathbf{x}_j) = \frac{F_{i,max} - F_i(\mathbf{x}_j)}{F_{i,max} - F_{i,min}} \quad (5)$$

ここで、 $F_{i,max}$ 、 $F_{i,min}$  は各目的関数の最大値と最小値である。

#### 4.3 選択

適合度の高い個体を親として選択し再生する。選択には Baker の線形ランキング選択<sup>8)</sup>を用いる。まず適合度に基づき 4.4 に示す方法で各個体のランクを設定し、その下で第  $i$  番個体の選択確率  $p_i$  を次式で与える。

$$p_i = \eta_p - (\eta_p - \eta_m) \frac{R_i - 1}{R_{max} - 1} \quad (6)$$

ここで、 $R_i$  は  $i$  番個体のランク、 $R_{max}$  はランクの最大値である。また、 $\eta_p$ 、 $\eta_m$  は  $1 \leq \eta_p \leq 2$ 、 $\eta_m = 2 - \eta_p$  の条件下で設定されるパラメータである。最

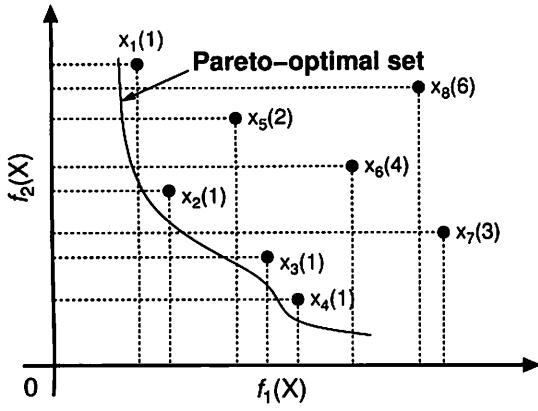


Fig. 5 Outline of multiobjective ranking.

終的な選択確率は総計で 1 となるように次式により規格化して与える。

$$p'_i = \frac{p_i}{\sum_j p_j} \quad (7)$$

#### 4.4 パレートランク法

多目的最適化問題では一般に最適解を一意に決めることはできない。パレート解は次の条件を満たす集合として定義される<sup>2)</sup>。

$x^* \in X$  に対して、 $F_i(x) \leq F_i(x^*)$ ,  $i = 1, \dots, M$  で、しかもある  $j$  について  $F_j(x) \leq F_j(x^*)$  となるような  $x \in X$  が存在しないとき、 $x^*$  をパレート最適解と呼ぶ。ここで、 $M$  は目的関数の個数である。

多目的 GA ではパレート解の集合を探索する必要がある。本研究ではパレート解の探索に Fonseca らによって提案されたパレートランク法<sup>2)</sup>を用いる。当該手法の概念を Fig.5 に示す。図には 2 つの目的関数 ( $f_1, f_2$ ) に対する最小化問題を例に示した。原点近くに存在する個体ほど適合度が高い。各個体のランクは、それを頂点にもつ矩形領域（図中破線）内に存在する個体数 (+1) により与えられる。なお、図中の括弧内は各個体のランクである。パレート面上に存在する個体のランクは全て 1 となる。

#### 4.5 ニッティング

本問題の場合、パレート解は 3 次元空間中の曲面として表わされる。したがって、この曲面全体が適切に捉えられなければならない。そのため、各個体がパレート面上に一様に分布するように計算を進める必要がある。このように、個体の局所化を防ぎ解の多様性を維持するようになされる操作をニッティングという。ニッティングは Fitness Sharing 法<sup>10)</sup>(FS 法)に基づいて行なう。

FS 法は各個体近傍の個体密度に応じて、適合度を補正する方法である。例えば、密度の高い領域に存在する個体に対しては適合度を低減させ、選択確率を低下させる。

まず 2 個体  $x_i, x_j$  間の距離  $d(x_i, x_j)$  に対し、次式を満足するシェアリング関数  $s(d)$  を導入する。

$$\begin{aligned} 0 &\leq s(d) \leq 1, \forall d \in [0, \infty), \\ s(0) &= 1, \\ \lim_{d \rightarrow \infty} s(d) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

この関数の具体的な式として、Goldberg と Richardson によって提案された次の関数を考える。

$$s(d) = \begin{cases} 1 - (d/\sigma)^\alpha & d < \sigma \\ 0 & d \geq \sigma \end{cases} \quad (9)$$

ここで  $\alpha$  と  $\sigma$  は正の定数である。一般に  $\alpha$  の値を小さくとるほど、密度が高い領域の個体に対して適合度の低減がなされる。なお、距離  $d$  は設計変数空間における個体間距離で与える。

式(5)で定義した適合度をシェアリング関数を用いて次式のように補正する。

$$\Phi'_i(x_j) = \frac{\Phi_i(x_j)}{\sum_k s(d(x_k, x_j))} \quad (10)$$

ここで  $\sigma$  は次式を満たす根により与えられる<sup>10)</sup>。

$$N\sigma^{M-1} - \frac{\prod_{i=1}^M (\Delta F + \sigma) - \prod_{i=1}^M \Delta F}{\sigma} = 0, \quad (11)$$

$$\Delta F = F_{i,\max} - F_{i,\min}$$

なお、 $N$  は個体数である。

式(10)により補正した適合度に基づき 4.4 のランクを評価する。

#### 4.6 VAL の評価の効率化

GA による最適解の探索には、多数の個体毎に設計変数を変更しながら軌道系連成解析を繰り返し実行し、VAL を求める必要がある。しかし、これには多大な時間を必要とするため、振動評価の効率化の目的でニューラルネットワーク (N.N.) を導入する。

本研究では階層型 N.N. を採用し、学習は一括型誤差逆伝播則に基づいて行う。具体的には、防振パッドのバネ定数・まくらぎ質量・トンネル厚の 3 つのパラメータを入力し、振動加速度レベル VAL を出力するものを、50N, 60kg レール各々に対して作成した。

N.N. を含めたアルゴリズム全体の流れを Fig.6 に示す。多目的 GA では通常の GA に、前述のニッティングとそれにより補正した適合度に基づくパレートランク法の評価を加えたものとなっている。また、多目的 GA に用いた諸パラメータを Table.2 に示す。なお、これらのパラメータ値は事前の検討結果に基づき設定したものである。

Table 2 Parameters in the present multiobjective GA.

the number of generations $N_e$	50
population $N$	1000
probability of crossover $p_m$	0.6
probability of mutation $p_c$	0.005
interval of niching (generations)	10

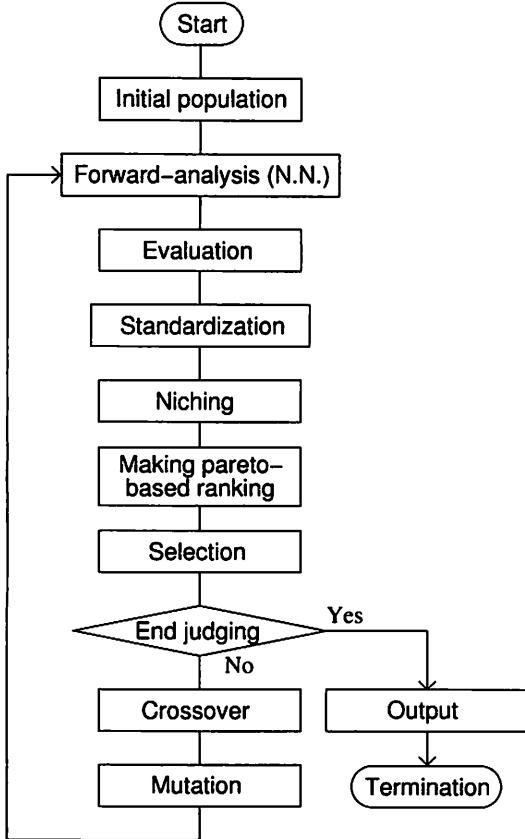


Fig. 6 Multiobjective GA using N.N.

## 5. 解析結果

得られたパレート解は3つの目的関数を持つため、三次元空間中の曲面として与えられる。これを分かりやすく説明するため、ランク1の個体群を各二次元平面に射影したものをFig.7に示す。さらに曲面の特徴をより詳細に考察するため、Fig.8では50Nレール使用時のパレート解から、振動加速度レベルが概ね等しい個体を抽出して各レベル毎に表示した。

Fig.7より、振動加速度レベルと費用のトレードオフ面が( $P_1$ ),( $P_2$ )に現れ、寿命とのトレードオフ面が( $P_3$ ),( $P_4$ )に現れている様子が確認できる。

振動加速度レベルの低減には、トンネル覆工厚の増加・まくらぎの重量化・防振パッドの低バネ化の3種類の選択肢がある。その中で防振効果と費用に大きな影響を与えるのはトンネル覆工厚であり、

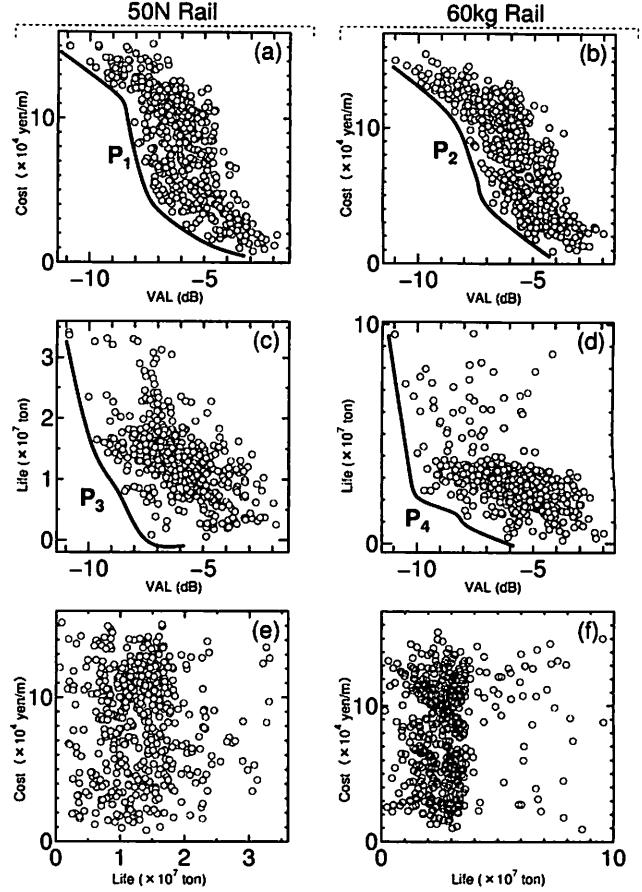


Fig. 7 Projection of Pareto solutions to each coordinate plane.

( $VAL < -8$ )の範囲ではトンネル増厚に伴う費用の増加が顕著に現れている (Fig.7(a)(b), Fig.8(a))。Fig.7(c)(d)より、( $VAL < -9$ )になるとトンネル増厚・まくらぎ重量化だけでは対応できず、防振パッドの低バネ化による寿命の低下がトレードオフ面として現れている ( $P_3, P_4$ )。また、寿命は防振パッドのバネ定数で決定されるが、費用の評価に防振パッドが含まれていないため、費用と寿命に関しての相関性は存在しない (Fig.7(e)(f))。

60kgレールは50Nレールに比べて、レール亀裂が25mmに達するまでの通過トン数が大きいため、60kgレールにおけるパレート解は相対的に寿命低下の小さいものに集中している (Fig.7(c)(d))。

Fig.8を参照すると、振動加速度レベルの低減に伴い、費用の増加および寿命が低下する様子が確認できる。 $-8 < VAL < -4$ (dB)の範囲にある個体は、他のVALの範囲にある個体に比べて分散している (Fig.8(b)(c))。これは同一のVAL低減レベルで費用と寿命の選択肢が多数存在することを示している。一方 $VAL < -8$ (dB)では費用の分布範囲が狭くなっている (Fig.8(a))。これは前述のようにトンネル覆工厚の増加がさらなる振動レベルの低

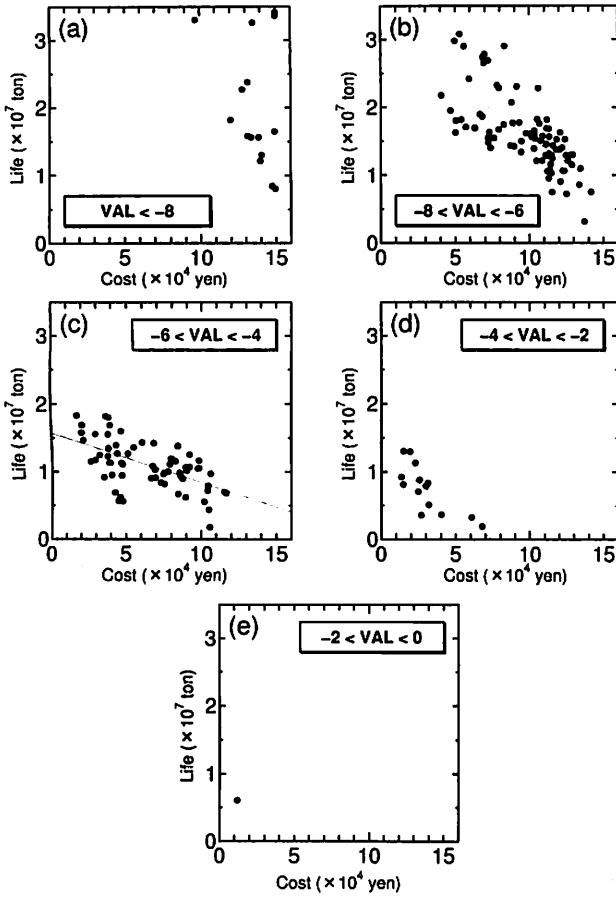


Fig. 8 Pareto solutions in each range of VAL.

減に対して不可欠であり、そのため多くの費用が必要になることを示唆している。

50N レールを対象に、パレート面上で得られた設計変数の中から 3 つの例を Table.3 に示す。Case1 は建設費用増分が 3(万円/m) 以内のもので、最大の防振効果を与えた例である。Case2 は得られた解の中で最も高い防振効果を与えたものを示している。この場合、費用増加・寿命低下が顕著に現れている。Case2 の設計変数を参照すると、トンネル覆工が厚いものが選択され、まくらぎの重量も高く、防振パッドも低バネ定数のものが選択されている。Case3 は最小のコスト増分を与えた解を示したものであるが、当然のことながらあまり大きな防振効果は得られていない。

## 6. おわりに

地下鉄軌道の防振対策を対象に、多目的 GA を用いた最適設計手法の構成を試みた。得られた解は經

Table 3 Pareto solutions.

	Case1	Case2	Case3	
$k_s$	6.96	2.59	15.82	(MN/m)
$m_s$	294.2	302.6	244.8	(kg)
$t_{RC}$	25.7	34.5	25.2	(m)
Rail	50N	50N	50N	
VAL	-5.78	-10.89	-3.47	(dB)
Cost	2.64	15.01	1.01	( $\times 10^4$ yen/m)
Life	2.28	3.42	1.62	( $\times 10^7$ ton)

験的に見ても妥当に思われ、良好な多目的最適化手法が構築できていると考えられる。

多目的 GA はパレート最適解を求める手法として非常に有効である。これによって、様々な条件下での妥協解を求めることが可能となる。実際の設計時に参考となるデータを作成するためには、目的関数と設計変数の設定が重要となる。今回は寿命や費用に簡易的な指標を用いて問題設定をしたが、これらを具体事例に合わせ適宜設定することで、実際の設計段階で有用な情報の提供が可能となるものと考える。

## 参考文献

- 1) Abe,K., Satou,D., Suzuki,T. and Furuta,M. : Three-dimensional analysis of subway track vibrations due to running wheels, Wave2002, N.Chouw & G.Schmid (eds), 149–156, Balkema, 2003.
- 2) Fonseca,C.M. and Fleming,P.J.:An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization, Evol.Comp.,3,1–16,1995.
- 3) Schaffer,D.J. : Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms, Proc. of the 1st Int. Conf. on Genetic Algor., 93–100, 1985.
- 4) Hous,S.J. and Rawlins,G.J.E. : Pareto optimality, GA-easiness and deception, Proc. of the 5th Int. Conf. on Genetic Algor., 118–123, 1993.
- 5) Sasaki,D., Obayashi,S. and Nakahashi,K. : Navier-Stokes optimization of supersonic wings with four objective using evolutionary algorithm, J. Aircraft, 39, 621–629, 2002.
- 6) 阿部 和久, 佐藤 大輔, 古田 勝 : 地下鉄軌道における各種防振対策の解析的検討, 鉄道力学論文集, No.7, 7–12, 2003.
- 7) 柏谷 賢治, 石田 誠 : レール横裂成長速度予測モデル, 鉄道力学論文集, No7., 79–84, 2003.
- 8) 坂和 正敏, 田中 雅博 : 遺伝的アルゴリズム, 朝倉書店, 1995.
- 9) 阿部 和久, 佐藤 大輔, 古田 勝 : 遺伝的アルゴリズムによる軌道振動モデルの未知パラメータ同定, 鉄道力学論文集, 5, 55–60, 2001.
- 10) Fonseca, C.M. and Fleming, P.J. : Genetic algorithms for multiobjective optimization : Formulation, discussion and generalization, Proc. of the 5th Int. Conf. on Genetic Algor., 416–423, 1993.