

環境の確率的変動を考慮した境界要素腐食解析法

B.E. CORROSION ANALYSIS METHOD CONSIDERING STOCHASTIC VARIATION OF ENVIRONMENT

天谷 賢治¹⁾, 桑田 正弘¹⁾, 青木 繁¹⁾, 西川 明伸²⁾

Kenji AMAYA, Masahiro KUWATA, Shigeru AOKI and Akinobu NISHIKAWA

- 1) 東京工業大学情報理工学研究科 (〒 152-8552 目黒区大岡山 2-12-1
email:kamaya|saoki@mei.titech.ac.jp).
2) 大阪ガス(株) 基盤研究所 (〒 554 大阪市此花区西島 6-19-9)

A new stochastic boundary element method for analyzing the corrosion of underground structure is developed. In case of analyzing the corrosion of underground structure buried in soil where electric conductivity of soil and polarization characteristics of structure are changing along time, it is necessary to consider the stochastic character of these unstable conditions (conductivity and polarization characteristics). The non-linear relationship between unknown variables and these unstable conditions is linearized by the Taylor series and, the mean and covariance of unknown variables are estimated.

In order to demonstrate the effectiveness of the method, the simulation is performed, and the result is compared with conventional Monte Carlo method and the field experimental result. The identification by computer simulation is performed at first with a measured potential by using the Kalman filter where a stochastic model is considered with the proposed method.

Key Words: Boundary Element Method, Corrosion Analysis, Polarization Curve, Laplace Equation, Current Density Distribution, Stochastic Model.

1. 緒言

埋設構造物は腐食の被害を受けやすい環境にあり、経済的な意味ばかりでなく、安全上にも防食および腐食の解析を行うことが重要である。腐食防食工学の分野では、他の分野ほどには、数値解析は利用されてこなかったが、最近その有用性が認識されてきている。(1)(2)

腐食問題を数値解析をする場合、土壌の電気伝導度および埋設構造物表面における分極挙動を条件として与える。実際に構造物が埋まっている土壌における電気伝導度 κ の測定日による変動を Fig. 1 に示す。Fig. 2 に分極挙動の変動を示す。このように土壌の電気伝導度や分極曲線は土壌の湿度、温度、腐食の度合いなど様々な要因により大きく変動する。また、土壌での測定においては測定の精度があまり良くないため得られる値には変動があり、正確な値を測定することは難しい。通常の解析では平均値などの確定値を利用しているが、このような変動を考慮に入れた腐食解析が必要である。さらに、逆解析で数理モデルを利用する場合はモデルの確からしさを定量的に示すことは重要である。

そこで本研究では境界要素法により埋設された構造物の解析を行う際に土壌の電気伝導度と分極挙動の変動がガウス性であると仮定し、環境の確率的な変動を考慮に入れた確率的腐食解析法を開発する。また、本手法の有効性を数値シミュレーションと実験により検証する。

さらに、本手法による確率的腐食解析をカルマンフィルターと組合せて、地表における電位の測定値から腐食個所などを推定する逆解析をおこなう。

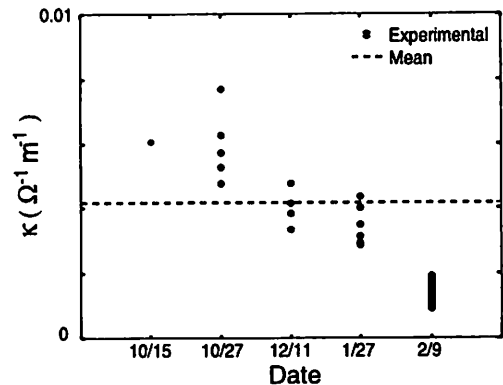


Fig.1 Experimental result of conductivity

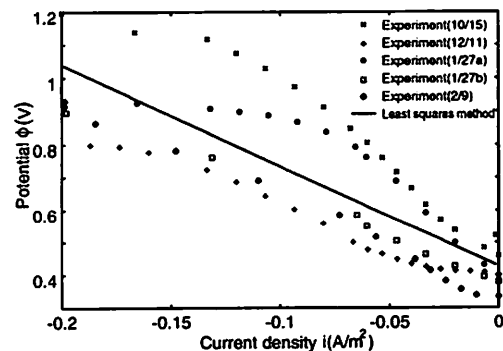


Fig.2 Experimental result of polarization curve

2. 支配方程式

構造物の埋設された土壌の領域を Π とし、土壌の電気伝導度を $\kappa[\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$ 、電位を $\phi[\text{V}]$ とする。ここで、電位の基準は腐食の対象となる構造物にとる。このとき電流密度 $i[\text{Am}^{-1}]$ は、オームの法則より

$$i(x) \equiv \kappa \nabla \phi \quad \dots\dots\dots (1)$$

となる。領域 Π でイオンの蓄積または損失が無視できると仮定すると、領域 Π 内の電位 ϕ は次式を満足する。

$$\nabla i = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

電気伝導度が場所によらず一定である場合には、式(1)を代入すると、

$$\kappa \nabla^2 \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

を得る。土壌の電気伝導度 κ は、季節、湿度、気温、天気等の条件で変動するので、本研究では確率的な取り扱いを行なう。すなわち、土壌の電気伝導度 κ の確率挙動が次式で表されるとする。

$$p(\kappa) \sim N(\bar{\kappa}, \sigma_\kappa^2) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、式(4)は平均値 $\bar{\kappa}$ 、分散 σ_κ^2 のガウス性の分布であることを表す。

3. 境界条件

一般の腐食境界要素解析では次のような3種類の境界条件が用いられる。(1)

(1) Dirichlet型境界条件(電位指定)

$$\phi = \hat{\phi} \quad \text{on } \Gamma_d \quad \dots\dots\dots (5)$$

(2) Neumann型境界条件(電流密度指定)

$$i = \hat{i} \quad \text{on } \Gamma_n \quad \dots\dots\dots (6)$$

(3) 分極特性にもとづく金属表面近傍の ϕ と i の拘束条件

$$-\phi - f(i) = \bar{v} \quad \text{on } \Gamma_m \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$p(\bar{v}) \sim N(0, \sigma_v^2) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 Γ は境界表面を表し、下つき添字でそれぞれの部分境界を示す。また、上記の $\hat{}$ は既知量を表す。

通常の腐食の境界要素解析では、金属に対する金属表面近傍の土壌の電位 ϕ と金属表面に出入りする電流密度 i の関係を表す関数 f を境界条件として式(9)が用いられる。

$$-\phi = f(i) \quad \text{on } \Gamma_m \quad \dots\dots\dots (9)$$

しかし、土壌に埋設された構造物の腐食解析を行う際には分極特性は土壌の湿度や温度などの条件によって変動する。解析を確率的に取り扱うために、本研究では変動がガウス性の分布を持つと仮定し式(9)のかわりに式(8)を境界条件とする。

4. 確率的腐食解析の手法

式(3)をから導かれる境界積分方程式を通常の境界要素法により離散化すると式(10)の連立方程式がえられる。(3)(4)(5)

$$\kappa[H][\phi] - [G][i] = [0] \quad \dots\dots\dots (10)$$

式(10)で、境界条件として電圧指定の境界条件を与える要素の i と ϕ を i_1, ϕ_1 、電流密度指定の境界条件を与える要素の i と ϕ を i_2, ϕ_2 、欠陥部分で分極曲線を境界条件として与える要素の i と ϕ を i_3, ϕ_3 とする。各境界条件に対応する H, G マトリクスの一部をそれぞれ $H_1, H_2, H_3, G_1, G_2, G_3$ とし、次式のようにあらわす。

$$\kappa \begin{bmatrix} H_1 & H_2 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_1 & G_2 & G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = [0] \quad \dots\dots (11)$$

境界条件を離散化された境界積分方程式に代入すると次式を得る。

$$\kappa \begin{bmatrix} H_1 & H_2 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \\ -f(i) + \bar{v} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_1 & G_2 & G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = [0] \quad \dots\dots (12)$$

本研究の目的は式(12)において κ および \bar{v} の統計的性質(平均値、分散値)が与えられた場合に未知量である i_1, ϕ_2 、および i_3 の統計的性質(平均値、分散値)を求めることである。

式(12)は確率的な変数 κ, \bar{v} および非線形関数 $f(i)$ を非線形に含む。解析を簡単にするため κ, \bar{v} を平均値のまわりで、 i を \bar{i} のまわりで1次の項までテイラー展開する。ここで $\bar{()}$ は期待値を表す。

$$\begin{aligned} & \bar{\kappa} \begin{bmatrix} H_1 & H_2 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \\ -f(\bar{i}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_1 & G_2 & G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_1 \\ \bar{i}_2 \\ \bar{i}_3 \end{bmatrix} + \\ & (\kappa - \bar{\kappa}) \begin{bmatrix} H_1 & H_2 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \\ -f(i_3) \end{bmatrix} + (\bar{\kappa}) \begin{bmatrix} H_3 \end{bmatrix} [\bar{v}] + \\ & \begin{bmatrix} -G_1 & \bar{\kappa}H_2 & -\bar{\kappa}H_3f'(i_3) - G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 - \bar{i}_1 \\ \phi_2 - \hat{\phi}_2 \\ i_3 - \bar{i}_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (13) \end{aligned}$$

$\bar{i}_1, \bar{\phi}_2$ および \bar{i}_3 を求めるため上式の期待値をとると次式を得る。

$$\bar{\kappa} \begin{bmatrix} H_1 & H_2 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \\ -f(i_3) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_1 & G_2 & G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_1 \\ \bar{i}_2 \\ \bar{i}_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

上式非線形連立方程式はニュートンラプソン法などの方法で数値的に解くことができる。また、 $x = [\bar{i}_1, \bar{\phi}_2, \bar{i}_3]^t$ の共分散行列 $[\Sigma_x]$ は次式となる。

$$[\Sigma_x] = [A][B][A]^t \quad \dots\dots\dots (15)$$

ただし、

$$[A] = \begin{bmatrix} -G_1 & \bar{\kappa}H_2 & -\bar{\kappa}H_3f'(i_3) - G_3 \end{bmatrix}^{-1} \quad \dots\dots (16)$$

$$[B] = \bar{\kappa}^2 [H_3] \begin{bmatrix} \sigma_v^2 & & \\ & \sigma_v^2 & \\ & & \sigma_v^2 \end{bmatrix} [H_3]^t + \begin{bmatrix} H_1 & H_2 & H_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \\ -f(i_3) \end{bmatrix} \sigma_\kappa^2 \begin{bmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \\ -f(i_3) \end{bmatrix}^t [H_1 \ H_2 \ H_3]^t \quad \dots\dots (17)$$

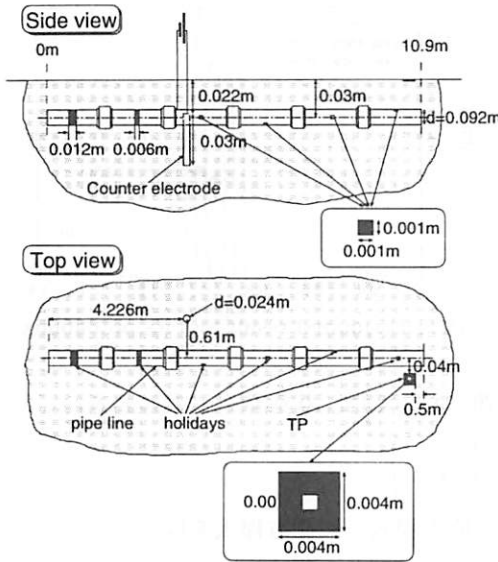


Fig.3 Geometrical setting of analysis model

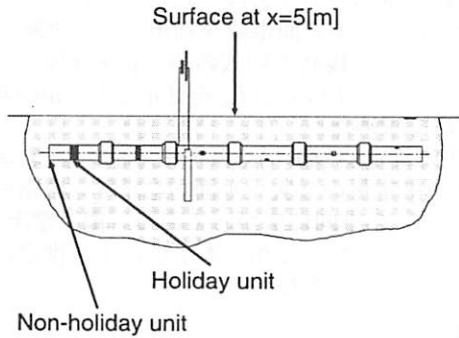


Fig.4 Employed locations for comparison

5. モンテカルロ法による本解析手法の検証

前述の解析手法の有効性をモンテカルロ法との比較により示す。解析モデルを Fig. 3 に示す。対極からの電流量を $1[\text{mA}]$ とした。パイプ領域には軸対称パイプ要素、対極には 3 角形一定要素を用いた。

土壌の電気伝導度の期待値と標準偏差を

$$\bar{\kappa} = 0.004[\Omega^{-1}\text{m}^{-1}] \dots\dots\dots (18)$$

$$\sigma_{\kappa} = 7.17 \times 10^{-3}[\Omega^{-1}\text{m}^{-1}] \dots\dots\dots (19)$$

とし、分極曲線とその変動については

$$\phi[\text{V}] = -4.5i[\text{A}/\text{m}^2] + 0.45 \dots\dots\dots (20)$$

$$\sigma_v = 1.0 \times 10^{-1}[\text{V}] \dots\dots\dots (21)$$

とした。モンテカルロ法の計算は、上の分散を持つガウス分布を発生させ、その値を用いて通常の境界要素法により計算した。順解析を 3000 回行ない、分布を得た。

Fig. 4 に示すそれぞれの位置における電位および電流密度の確率密度分布を Fig. 5 および Fig. 6 に示す。これより、本手法により計算した分布とモンテカルロ法により計算した分布はほぼ一致していることが確かめられた。

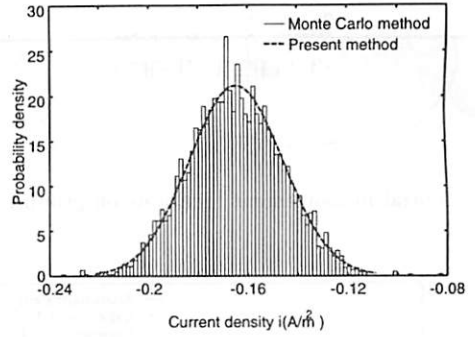


Fig.5 Probability density of current density at holiday unit

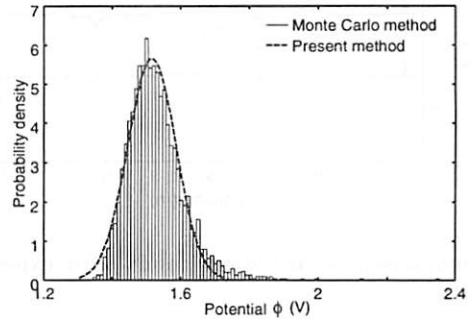


Fig.6 Probability density of potential on surface at x=5.0[m]

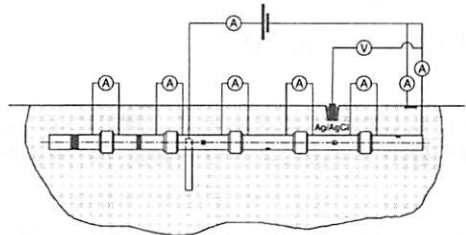


Fig.7 Circuit diagram

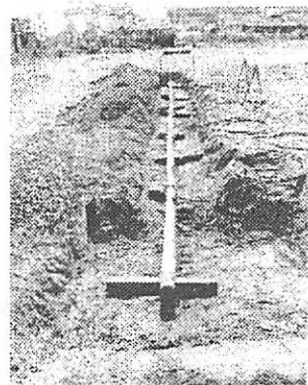


Fig.8 Field test view

6. 実験による本解析手法の検証

実験によって本手法を検証するために実際に Fig. 3 に示すようにパイプラインをパイプラインを埋設し、電位および電流密度を測定した。測定は Fig. 7 に示す回路を用いた。実際のフィールドテストの様子を Fig. 8 に示す。

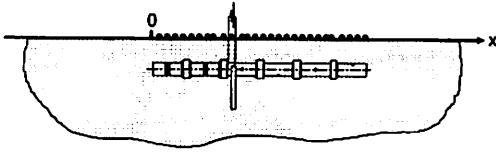


Fig.9 Potential measurement locations on ground surface

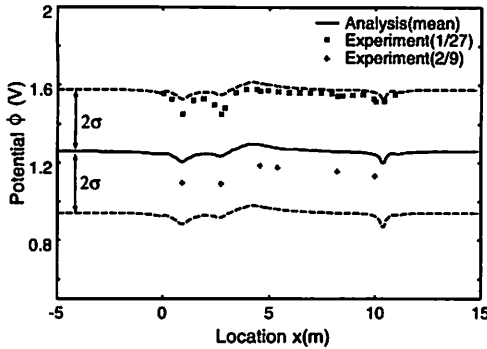


Fig.10 Comparison of analytical result with experimental data

Fig. 1 に示した測定値に対して平均と分散を求めると、

$$\bar{\kappa} = 4.173 \times 10^{-3} [\text{m}^{-1}\Omega^{-1}] \dots\dots\dots (22)$$

$$\sigma_{\kappa} = 1.813 \times 10^{-3} [\text{m}^{-1}\Omega^{-1}] \dots\dots\dots (23)$$

を得る。

Fig. 2 に示した測定値をもとに、解析に用いる平均の分極曲線を最小二乗法により以下のように求めた。(Fig. 2 参照)

$$\phi(i)[\text{V}] = -3.068i[\text{A}/\text{m}^2] + 4.264 \times 10^{-1} \quad (24)$$

$$\sigma_v = 9.225 \times 10^{-2} [\text{V}] \dots\dots\dots (25)$$

対極から 1[mA] の電流を印加し、Fig. 9 に示されるパイプライン直上の地表面における電位を計測した。

Fig. 10 に本手法による解析結果および計測電位を示す。横軸はパイプライン左端の直上のからの距離を取った。

実験により測定された地表面電位分布は解析で求めた 2σ の範囲内に入っており、本手法の有効性が確認された。

7. 逆問題解析

埋設されたパイプラインの防食管理を行う際にパイプラインの欠陥部分の位置および無限遠の彼方に流れていく損失電流を知ることは重要である。本例題ではカルマンフィルターと境界要素法を用いた逆解析によって、欠陥部分の位置 $d[\text{m}]$ および損失電流 $I_{\infty}[\text{mA}]$ を同定する。

いっぽうで逆問題においては、推定値はもとより、推定の確からしさを定量的に示すことが重要である。カルマンフィルターを用いた推定⁽⁶⁾においては、推定の確からしさを推定値の共分散行列によって把握することができる。カルマンフィルターを利用する場合、観測方程式の統計的な性質を正確に得る必要がある。本手法により確率的な挙動を示す系に対して、観測方程式の統計的な性質を合理的に得ることができる。

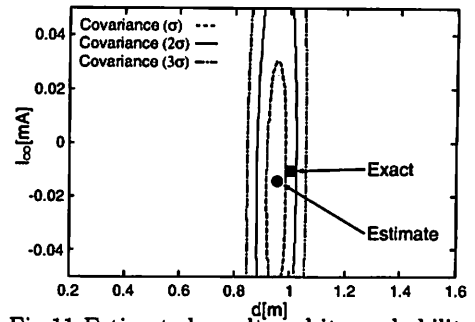


Fig.11 Estimated result and its probability

本例題においては、状態量ベクトル x_t を

$$x_t = \left\{ \begin{array}{c} d \\ I_{\infty} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

とし、状態方程式、観測方程式を以下とした。

$$x_{t+1} = x_t \dots\dots\dots (27)$$

$$z_t = h(x_t) + w \dots\dots\dots (28)$$

ここで、観測量ベクトル z_t は実際に実験によって測定した 6 箇所における地表面電位を利用した。実験で得た σ_{κ} および σ_v を用いて観測方程式の誤差 w を評価し、カルマンフィルターにより d および I_{∞} を推定した。 w の共分散行列を本手法で求めた。

Fig. 11 に推定値 (●印)、共分散 (等高線) および正確値 (■印) を推定量の 2 次元平面内に示す。確率密度分布の等高線が I_{∞} の方向に広がっており、損失電流 I_{∞} の推定が難しいことがわかるが、本手法により推定が精度よく行われていることがわかる。

8. 結論

土壌に埋設された構造物に対し境界要素法を用いて腐食の解析を行う際には、土壌の電気伝導度と分極挙動の変動を考慮した解析を行う必要がある。そこで、本手法ではこれらの変動がガウス性であると仮定し、確率的な挙動を考慮した支配方程式と分極挙動のモデルを提案した。このモデルより導かれる離散化された境界積分方程式は非線形となる。これを取り扱うために、平均値のまわりでテイラー展開することにより線形化して、物理量の平均値と分散を推定する手法を開発した。

本手法の有効性を、モンテカルロ法との比較による数値シミュレーションとフィールドでの実験により確かめた。さらに、本手法により確率的なモデルの誤差を考慮に入れ、カルマンフィルターを利用して、欠陥の位置および腐食電流を同定した。

参考文献

- (1) 青木繁, 天谷賢治, 宮坂松甫:境界要素法による腐食防食問題の解析, (1998), 葦華房.
- (2) 天谷賢治, 歌川和宏, 青木繁, 宮坂松甫: 機論 A, 64-[623], (1998), pp.1761-1766.
- (3) 田中 正隆, 松本敏郎, 中村正行: 境界要素法, (1994), 培風館.
- (4) 境界要素研究会:境界要素法の応用, (1987), コロナ社.
- (5) 登坂 宣好, 中山 司: 境界要素法の基礎, (1987), 日科技連出版社.
- (6) 例えば, 加藤寛一郎: 最適制御入門, (1987), 東京大学出版会.