

## 半空間音響場の高速多重極境界要素法解析

ANALYSIS OF SOUND REFLECTION AND DIFFRACTION IN HALF SPACE  
BY FAST MULTIPOLE BOUNDARY ELEMENT METHOD福井卓雄<sup>1)</sup>, 小塚みすず<sup>2)</sup>

Takuo FUKUI and Misuzu KOZUKA

- <sup>1)</sup> 福井大学工学部建築建設工学科 (〒910-8507 福井市文京 3-9-1, E-mail: tak@taku.anc-d.fukui-u.ac.jp)  
<sup>2)</sup> 福井大学工学部環境設計工学科 (〒910-8507 福井市文京 3-9-1, E-mail: suzu@taku.anc-d.fukui-u.ac.jp)

This paper is concerned with the fast multipole boundary element method to analyze the reflection and diffraction of sound by an object in a half space. The boundary integral equation is derived by the Green function in the half space. To apply the fast multipole method to solve this equation, the boundary integral is rewritten as an integral of the fundamental solution on the real and the image boundaries in the whole space. The multipole moment in the image space is easily calculated from the corresponding multipole moment in the real space. The fast multipole algorithm is reduced to a half of that in the whole space. Some example problems both in two and three dimension are analyzed by this method. The results show that this method is effectively applicable to analyze the sound field in a half space.

**Key Words :** Reflection and diffraction of sound in half space, Fast boundary element method, Fast multipole algorithm, Barnes and Hut algorithm

## 1. はじめに

本論文では, 半空間中の音波の散乱問題を解析するための高速多重極境界要素法について述べる。主眼は, Helmholtz 方程式に支配される半空間の場における高速多重極法の実現にある。

屋外における音響の場を解析する手法として境界要素法が有効に利用されている<sup>1)</sup>。問題の幾何学的な特性として, 半空間中に散乱体が存在する問題を扱うことが多く, 半空間における Green 関数を使った境界要素法も早くから導入されている<sup>2)</sup>。またとくに, 屋外における音響場を取り扱う場合には, 対象とする散乱体のサイズも大きく, また, 高い周波数を扱う必要もあるので, 必然的に要素数の大きい問題を扱わなければならない。このような問題に対して, 高速多重極法を使って計算効率を高める研究も進められている<sup>3)</sup>。

定常音響場は Helmholtz 方程式に支配される波動場である。筆者らは, これまでに, 種々の条件下における波動場の境界要素法解析に高速多重極法を適用する研究を行ってきた<sup>4),5),6),7),8)</sup>。ここでは, これらの研究の一つの応用として, 半空間問題において高速多重極法を実現する手法について述べる。以下, 次節では, 半空間音響場の境界要素法について概説し, 3 節で, 半空間において高速多重極法を構成するための考え方, 多重極モーメントの計算法, 計算のアルゴリズムについて述べる。最後に, 4 節で, 2 次元および 3 次元問題の数値解析例を示し, 手法の有効性を確認する。

## 2. 半空間音響場の境界要素法

## 2.1 音響場の境界要素法

よく知られているように, 音響の場は波動方程式を満足する。周波数領域で解析を行なうものとする, 支配方程式は Helmholtz 方程式

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0 \quad (1)$$

である。ここに,  $u$  は音圧 (あるいは速度ポテンシャル) の場であり,  $\nabla^2$  は Laplace 作用素,  $k$  は波数である。

Fig.1 のように, 空間を 2 分する直線 (あるいは平面) を  $\partial H$  とし, 対象とする半空間を  $H$  としよう。ここで,  $\partial H$  は半空間  $H$  に対して外向きになるようにとるものとする。半空間中の散乱体の境界を  $\partial B$  とし,  $\partial H$  から  $\partial B$  によって覆われる部分を除いた境界を  $\partial H_B$  とする。対象となる領域  $B$  は  $\partial B + \partial H_B$  を境界とする無限空間である。

いま, 音響場を  $u$  とし,  $\partial H_B$  の上で境界条件  $\partial u / \partial n = 0$  が与えられているとする。このとき, 境界条件は,  $\partial B (= \partial B_1 + \partial B_2 + \partial B_3)$  上で

$$u = \hat{f} \quad \text{on } \partial B_1, \quad \frac{\partial u}{\partial n} = \hat{g} \quad \text{on } \partial B_2 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} + \gamma u = \hat{h} \quad \text{on } \partial B_3$$

$\partial H_B$  上で

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \text{on } \partial H_B \quad (3)$$

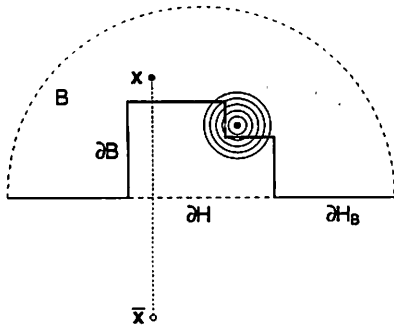


Fig.1 Half space and a scatterer

となる。ここに、 $\partial/\partial n$  は外向き法線微分を示す。

境界値問題 (1), (2), (3) の解は、一般化された Green の公式

$$C(\mathbf{x})u(\mathbf{x}) = \bar{u}(\mathbf{x}) + \int_{\partial B + \partial H_B} \left[ G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{y}) - S(\mathbf{x}, \mathbf{y})u(\mathbf{y}) \right] dS_y \quad (4)$$

により表される。ここに、 $\bar{u}$  は入射波、 $C$  は自由項である。 $G, S$  は基本特異解

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|\mathbf{x} - \mathbf{y}|) & (2D) \\ \frac{e^{ik|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} & (3D) \end{cases} \quad (5)$$

および第 2 基本特異解

$$S(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial n_y} \quad (6)$$

である。式 (5) で、 $H_n^{(1)}$  は第 1 種  $n$ -次の Hankel 関数である。また、Green 公式 (4) の境界上の法線勾配は

$$\frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \bar{u}}{\partial n}(\mathbf{x}) + \int_{\partial B + \partial H_B} \left[ \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial n_x} \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{y}) - \frac{\partial S(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial n_x} u(\mathbf{y}) \right] dS_y \quad (7)$$

で表される。

(4) および (7) (あるいはその線形結合) は、 $\mathbf{x}$  が境界上にある時、未知の境界値に関する境界積分方程式となる。境界要素法では、これらの方程式を離散化して解析を行なう。

## 2.2 半空間における境界要素法

Green 公式 (4) において、基本特異解  $G$  のかわりに、半空間における Green 関数

$$G_H(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + G(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{y}}) \quad (8)$$

を使う。ここに、 $\bar{\mathbf{y}}$  は  $\mathbf{y}$  の  $\partial H$  に対する鏡像点である。 $G_H$  およびそれから導かれる  $S_H$  は  $\partial H$  における境界条件  $\partial u/\partial n = 0$  を満足する。

点  $\mathbf{y}$  が  $\partial H$  上にあるときには、 $G_H$  および  $S_H$  は、

$$G_H(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 2G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad \mathbf{y} \in \partial H \quad (9)$$

$$S_H(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0 \quad \mathbf{y} \in \partial H \quad (10)$$

となる。また、これらの方向微分は

$$\frac{\partial G_H(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial n_x} = 2 \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial n_x} \quad \mathbf{y} \in \partial H \quad (11)$$

$$\frac{\partial S_H(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial n_x} = 0 \quad \mathbf{y} \in \partial H \quad (12)$$

となる。

Green 関数  $G_H$  および対応する二重層核  $S_H$  を (4) の  $G, S$  のかわりに用いれば、 $\partial H_B$  上の積分は恒等的に 0 となって、境界積分表現は

$$C(\mathbf{x})u(\mathbf{x}) = \bar{u}(\mathbf{x}) + \int_{\partial B} \left[ G_H(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{y}) - S_H(\mathbf{x}, \mathbf{y})u(\mathbf{y}) \right] dS_y \quad (13)$$

となる。ただし、入射波  $\bar{u}$  は境界条件 (3) を満足するものとする。また、 $\mathbf{x} \in \partial H_B$  のときには、 $\mathbf{x} \in \partial B \cap \partial H_B$  である場合を除いて、 $C = 1$  となる。

一方、境界上の法線勾配の積分表現 (7) も、同様に、

$$\frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \bar{u}}{\partial n}(\mathbf{x}) + \int_{\partial B} \left[ \frac{\partial G_H(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial n_x} \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{y}) - \frac{\partial S_H(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial n_x} u(\mathbf{y}) \right] dS_y \quad (14)$$

となる。

## 3. 半空間解析のための高速多重極法

### 3.1 積分の考え方

Fig.2 のように鏡像空間を考慮し、Green 公式 (13) を  $G_H$  の定義 (8) にしたがって書きなおすと

$$C(\mathbf{x})u(\mathbf{x}) = \bar{u}(\mathbf{x}) + \int_{\partial B} \left[ G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{y}) - S(\mathbf{x}, \mathbf{y})u(\mathbf{y}) \right] dS_y + \int_{\partial \bar{B}} \left[ G(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{y}}) \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{y}) - S(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{y}})u(\mathbf{y}) \right] dS_{\bar{y}} \quad (15)$$

となる。したがって、鏡像境界上の境界値を

$$u(\bar{\mathbf{y}}) = u(\mathbf{y}), \quad \frac{\partial u}{\partial \bar{n}}(\bar{\mathbf{y}}) = \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{y}) \quad (16)$$

としてやれば、(13) は、基本特異解  $G, S$  を使った全空間の境界  $\partial B + \partial \bar{B}$  における積分 (15) として表現される。この積分を高速多重極法を使って計算すれば、容易に境界積分方程式を解くことができる。

### 3.2 鏡像空間における多重極モーメント

ここで、鏡像空間の多重極モーメントと実空間の多重極モーメントとの間の関係を明らかにしておこう。

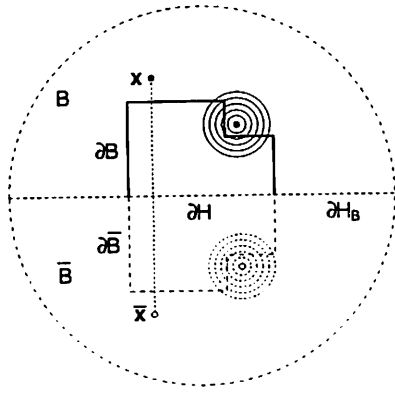


Fig.2 Image space

基本特異解  $G(x, y)$  および第2基本特異解  $S(x, y)$  が点  $y_0$  において

$$G(x, y) = \sum_n m_n(y - y_0) g_n(x - y_0) \quad (17)$$

$$S(x, y) = \sum_n \frac{\partial m_n}{\partial n_y}(y - y_0) g_n(x - y_0) \quad (18)$$

の形に多重極展開できるとする。ただし、 $|x - y_0| > |y - y_0|$  であるとする。このとき、部分境界  $\partial B_0$  上における積分の多重極展開は

$$\begin{aligned} u(x) &= \int_{\partial B_0} \left[ G(x, y) \frac{\partial u}{\partial n}(y) - S(x, y) u(y) \right] dS_y \\ &= \sum_n g_n(x - y_0) \int_{\partial B_0} \left[ m_n(y - y_0) \frac{\partial u}{\partial n}(y) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial m_n}{\partial n_y}(y - y_0) u(y) \right] dS_y \\ &= \sum_n M_n(y_0) g_n(x - y_0) \end{aligned} \quad (19)$$

となる。すなわち、多重極モーメント  $M_n(y_0)$  は、境界上の関数を  $\psi(x)$  とするとき、 $m_n(y - y_0) \psi(y)$  および  $\partial m_n / \partial n_y (y - y_0) \psi(y)$  の積分となる。上で述べたように、 $\psi(y)$  は単なる重み  $\psi$  として扱って良いから、ここでやるべきことは、 $\bar{y}$  を  $y$  の鏡像点とするとときに、 $m_n(y - y_0) \psi$  と  $m_n(\bar{y} - \bar{y}_0) \psi$  との関係、および、 $\partial m_n / \partial n_y (y - y_0) \psi$  と  $\partial m_n / \partial \bar{n}_{\bar{y}} (\bar{y} - \bar{y}_0) \psi$  との関係を明らかにすることである。

### (1) 2次元問題

直交座標系  $(x_1, x_2)$  において、 $\partial H$  を直線  $x_2 = 0$  として、 $H$  を  $x_2 > 0$  とする。極座標系

$$r = \sqrt{x_i x_i}, \quad \theta = \arctan \frac{x_2}{x_1} \quad (20)$$

を導入し、 $x - y_0 \doteq (r, \theta)$ 、 $y - y_0 \doteq (\rho, \alpha)$  とする。

基本特異解の多重極展開は

$$G(x, y) = \frac{i}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k\rho) H_n^{(1)}(kr) e^{in(\theta - \alpha)} \quad (21)$$

である。ここに、 $J_n$  は Bessel 関数である。 $g_n, m_n$  を

$$g_n(x - y_0) = \frac{i}{4} H_n^{(1)}(kr) e^{in\theta} \quad (22)$$

$$m_n(y - y_0) = J_n(k\rho) e^{-in\alpha} \quad (23)$$

とする。 $\bar{y} - \bar{y}_0 \doteq (\rho, -\alpha)$  であるから、

$$\begin{aligned} m_n(\bar{y} - \bar{y}_0) &= J_n(k\rho) e^{in\alpha} \\ &= (-1)^n J_{-n}(k\rho) e^{-i(-n)\alpha} \\ &= (-1)^n m_{-n}(y - y_0) \end{aligned} \quad (24)$$

となる。この場合の  $\psi$  は複素数であるから、関係

$$M_n(\bar{y}_0) = (-1)^n M_{-n}(y_0) \quad (25)$$

が得られる。第2基本特異解についても、 $(\bar{n}_\rho, \bar{n}_\alpha) = (n_\rho, -n_\alpha)$  を考慮すれば、同じ結果が得られる。

### (2) 3次元問題

直交座標系  $(x_1, x_2, x_3)$  において、 $\partial H$  を平面  $x_3 = 0$  として、 $H$  を  $x_3 > 0$  とする。極座標系

$$r = \sqrt{x_i x_i}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}{x_3}, \quad \phi = \tan^{-1} \frac{x_2}{x_1} \quad (26)$$

を導入し、 $y_0$  を中心とする座標を、 $x - y_0 \doteq (r, \theta, \phi)$ 、 $y - y_0 \doteq (\rho, \alpha, \beta)$  とする。

基本特異解の多重極展開は、Epton と Dembart<sup>9)</sup> にしたがって、

$$G(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{(2n+1)ik}{4\pi} O_n^m(x) I_n^{-m}(y) \quad (27)$$

と書くことができる。ここに、 $I_n^m, O_n^m$  は

$$I_n^m(x) = j_n(kr) Y_n^m(\theta, \phi) \quad (28)$$

$$O_n^m(x) = h_n^{(1)}(kr) Y_n^m(\theta, \phi) \quad (29)$$

で定義する。 $j_n, h_n^{(1)}$  は、それぞれ、球 Bessel 関数および球 Hankel 関数であり、 $Y_n^m$  は球面調和関数で、

$$Y_n^m(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{(n-|m|)!}{(n+|m|)!}} (-1)^m P_n^{|m|}(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (30)$$

で定義する。 $P_n^m$  は Legendre の陪関数である。

(27) より、 $g_n^m, m_n^m$  を

$$g_n^m(x - y_0) = \frac{ik}{4\pi} O_n^m(x - y_0) \quad (31)$$

$$m_n^m(y - y_0) = (2n+1) I_n^{-m}(y - y_0) \quad (32)$$

とする。 $\bar{y} - \bar{y}_0 \doteq (\rho, \pi - \alpha, \beta)$  であるから、

$$\begin{aligned} m_n^m(\bar{y} - \bar{y}_0) &= (2n+1) j_n(k\rho) Y_n^{-m}(\pi - \alpha, \beta) \\ &= (-1)^{n+m} (2n+1) j_n(k\rho) Y_n^{-m}(\alpha, \beta) \\ &= (-1)^{n+m} m_n^m(y - y_0) \end{aligned} \quad (33)$$

である。 $\psi$  は複素数であるから、関係

$$M_n^m(\bar{y}_0) = (-1)^{n+m} M_n^m(y_0) \quad (34)$$

が得られる。

以上により、鏡像空間の多重極モーメントは実空間の多重極モーメントから容易に計算することができる。

### 3.3 アルゴリズム

半空間における高速多重極アルゴリズムの手順は次のようになる。

1. 半空間の境界  $\partial B$  だけを木の構造に分割する。鏡像空間におけるセルは、実空間のセルの鏡像をとることにより定義できる (Fig.3)。
2. 上向演算により半空間内のセルにおける多重極モーメントを求める。鏡像空間のセルにおける多重極モーメントは、関係 (25) または (34) を使って計算する。
3. 下向演算は、半空間中のセルについてだけ行ない、通常的高速多重極法と同様に実行する。ただし、近傍演算において、鏡像領域に近傍セルが存在する場合には、鏡像要素からの影響として、直接計算をする。

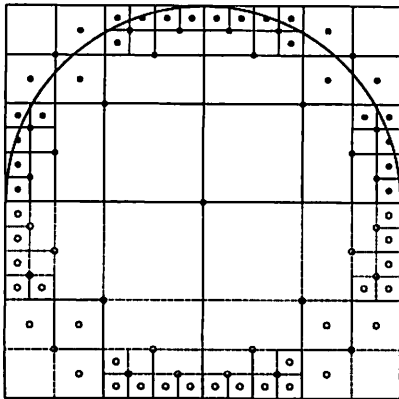


Fig.3 Cells in real and image space

実際に計算を実行したところ、計算時間は、対応する全空間問題の計算時間の半分程度であった。上向計算と下向計算を半分づつ実行しているので、これは妥当な結果だと考えられる。実は、鏡像セルは下向演算に使われるだけである。Fig.4に、半空間の実セルに対する遠方セルの例を示したが、このように、木の葉に近いレベルの鏡像セルは、一部を除いてほとんど使用されることがない。したがって、Fig.3に示されるようにすべてのセルの鏡像を求める必要はなく、計算に必要な一部のセルだけを準備すれば十分である。

## 4. 数値解析例

これまでに述べた手法を使って、建物の近くに点音源がある場合の、建物周辺における音響場を解析してみた。以下に、2次元および3次元解析に用いた手法の概要と解析結果の例を示す。

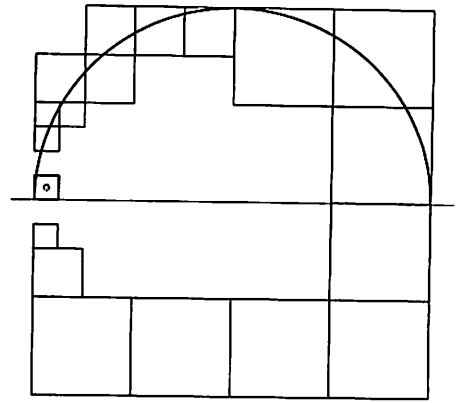


Fig.4 Far cells for a real local cell

### 4.1 2次元問題

#### (1) 解析手法の概要

解析領域が広く、高い音域まで計算することを前提として、境界積分方程式に Burton と Muller<sup>10)</sup> の境界積分方程式を使用し、大きい波数に対しては、積形式 (diagonal form) の係数変換を利用した<sup>6),7)</sup>。

遠方-近傍の判定は第1近傍までを近傍とし、展開項数  $p$  を決定するための  $k \sim p$  関係として、数値実験から求めた基準式

$$p = \begin{cases} 20 & 0 < ka \leq 3 \\ 1.15ka + 17 & 3 < ka \leq 100 \\ 1.07ka + 31.55 & 100 < ka \leq 250 \\ 1.03ka + 42.05 & 250 < ka \leq 1000 \end{cases} \quad (35)$$

を用いた。ただし、 $a$  はセルの半径 (対角長の  $1/2$ ) である。上式は、ポテンシャル値の相対誤差が  $10^{-8}$  以下になるように決定したものであり、実際には  $ka > 1000$  であってもほぼそのまま利用できる。また、 $p > 30$  となる場合には積形式を利用した。

複素係数行列の解法には GPBi-CG<sup>11)</sup> を用い、前処理には  $32 \times 32$  のブロック Jacobi 法を使用した。周波数が 50Hz~1000Hz の範囲で 15~85 回で相対誤差  $10^{11}$  以下に収束している。Burton と Muller の境界積分方程式を使用する場合には、一般に、低い周波数において反復回数が増加するが、高い周波数では比較的速く収束する。

#### (2) 解析例

長さ 50m、高さ 10m の建物の角部の、地表から 1.5m、壁から 1.5m の位置に点音源をおいた場合の周辺の音圧分布を計算した (Fig.5)。音波の速度を 340m/s とすれば、周波数が 1000Hz の場合に波長は 34cm となる。境界要素モデルは、2000Hz 程度まで解析精度を維持できるように、10m を 512 分割した要素を用いている。また、境界はすべて完全反射壁とした。

解析結果の例を Fig.6 と Fig.7 に示す。音源の周波数は 100Hz と 500Hz とした。図は、建物から 20m、地表から 20m の範囲の音圧の絶対値の等高線を示したも

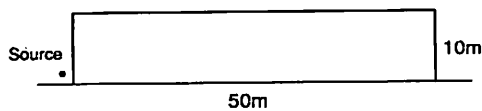


Fig.5 2D structure model and point source

のである。音源が建物と地面とに近いために、音源から出る波と反射波とが干渉を起こして、音圧の分布にはいろいろなパターンができる。このパターンは、音源の位置、周波数、建物壁面および地表の反射率などに依存するので極めて複雑である。しかしながら、図に示した2例だけ見ても、周波数による音圧分布の違いは明らかである。とくに、周波数の高い波では、建物屋上への回折はほとんど起こらず、波はほとんど建物と地表とはさまれる方向へ伝播する。これ以上高い周波数の場合でも500Hzの場合と本質的に状況は変わらず、ただ放射のパターンが変化するだけである。

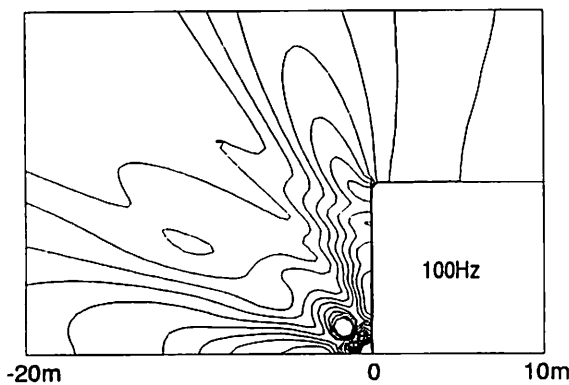


Fig.6 Distribution of absolute value of sound pressure around a structure  $f = 100\text{Hz}$

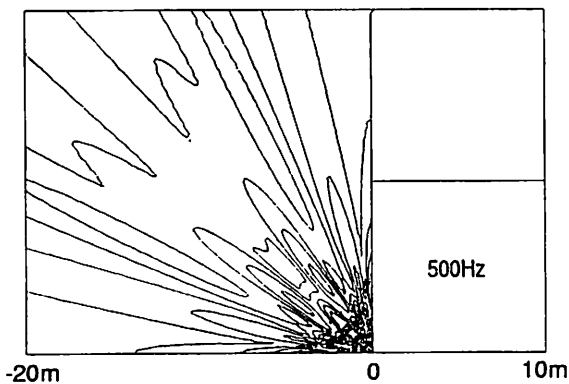


Fig.7 Distribution of absolute value of sound pressure around a structure  $f = 500\text{Hz}$

## 4.2 3次元問題

### (1) 解析手法の概要

境界積分方程式は半空間用 Green 公式 (13) を用い、Epton と Dembert<sup>9)</sup> の変換式を用いた多重極法で高速化した。積形式は使っていないが、Song ら<sup>12)</sup> の提案する  $k \sim p$  関係を使って、階層の異なるセルにおける展開

項数を変化させている。無次元波数  $ka$  が小さい場合には、彼らの  $k \sim p$  関係では誤差が大きくなるが、全領域の波数  $kL$  ( $L$  は領域の代表長) が小さすぎない限り、実用上問題はないようである。また、ここでは、高速多重極アルゴリズムではなく Barnes と Hut のアルゴリズム<sup>13)</sup> を使っている。なぜならば、3次元波動問題の多重極モーメントおよび局所展開の直接変換はきわめて計算負荷が大きいので、展開項数があまり大きくない場合には Barnes と Hut のアルゴリズムの方が高速に計算できるからである。

反復法は2次元問題の場合と同じく GPBi-CG であるが、前処理は、係数があまり複雑でないので、複素係数行列に対する Jacobi 法を使った。反復回数は例題の場合で46回であった。一般に、Green 公式を用いる場合には、波数の増大とともに反復回数が増大するが、例題は Green 公式で扱う問題としてはかなり波数が大きかったといえる。

### (2) 解析例

Fig.8 に解析に用いたモデルの形状と点音源を示す。建物は、長さ・幅ともに10m、高さ5mとした。音源は、建物の角の壁と地表からそれぞれ1.5mの位置とした。音源の周波数は50Hzである。また、要素数は7500である。

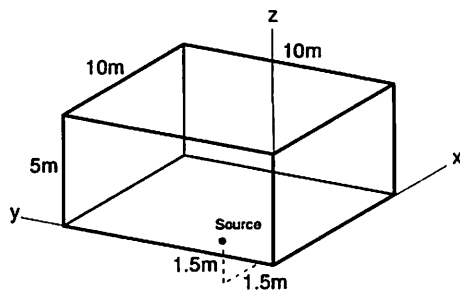


Fig.8 3D structure model and point source

結果の一部を Figs.9-11 に示す。Fig.9 は地表面の音圧の絶対値の分布である。音源が建物に対して偏った位置にあるので音圧の分布は対称ではない。周波数が低いので、音波が回折してかなりまわりこんでいる様子がわかる。それでも、反射波との干渉により、強く伝播する方向がいくつかみられる。Figs.10-11 は、 $y$  軸に垂直な面上の音圧の絶対値の分布である。Fig.10 は音源をとる面上、Fig.11 は建物中心線をとる面上の分布を表す。Fig.10 では、音源付近が目立つが、それ以外の音圧は比較的早く減少している。Fig.9 と比較すると、この面上は音圧分布の谷にあたり相対的に音圧の低い部分である。いっぽう、Fig.11 では、等高線は斜め上方に大きく広がっており、音の伝播し易い方向であることがわかる。いずれにしても、2次元解析でも見られたように、音は地表と建物の壁とで反射されて斜め上方に伝播する傾向がある。

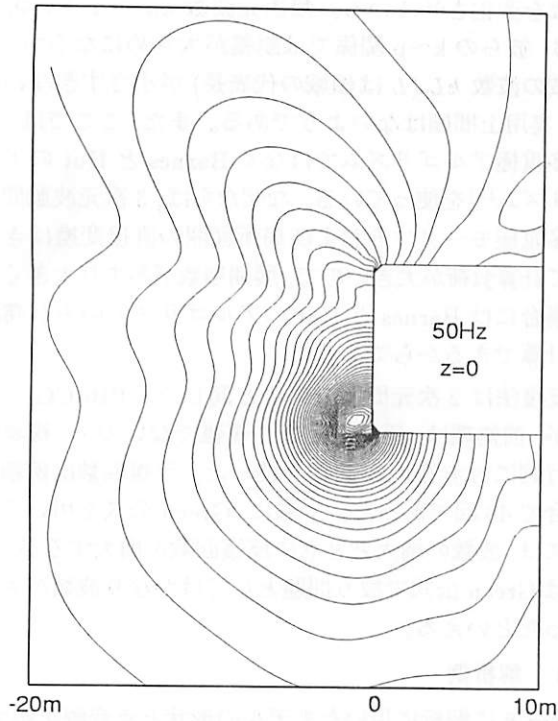


Fig.9 Distribution of absolute value of sound pressure around a structure on  $z = 0$  plane:  $f = 50\text{Hz}$

## 5. おわりに

半空間音響解析における高速多重極境界要素法を提案した。得られた結論は以下の通りである。

- 半空間における Green 関数の積分を鏡像空間を含めた全空間における基本解の積分と解釈することで、高速多重極法を容易に適用することができる。
- 鏡像空間における多重極モーメントは実空間の多重極モーメントから容易に計算することができる。
- 計算時間は全空間の積分実行時間の約半分である。

提案した手法は、半空間境界が吸収壁 ( $u = 0$ ) である場合にも容易に適用できる。Robin 条件 ( $\partial u / \partial n - \gamma u = 0$ ) が与えられる場合については今後の課題である。

## 参考文献

- 1) 田村正行：境界要素法による屋外騒音伝播の予測，日本音響学会誌，48 (1992)，pp. 451-454.
- 2) Seznec, R. : Diffraction of sound around barriers: use of the boundary elements technique, *J. Sound Vib.*, 73 (1980), pp. 195-209.
- 3) 奥村陽三, 久野和宏：境界要素法による3次元定常音場解析への高速多重極法の応用，日本音響学会誌，55 (1999)，pp. 412-417.
- 4) 福井卓雄, 勝本順三：高速多重極境界要素法による2次元散乱問題の解析，BEM・テクノロジー・コンファレンス論文集，7 (1997)，pp. 47-52.
- 5) 福井卓雄, 勝本順三：2次元 Helmholtz 方程式のための高速多重極アルゴリズムと境界要素法への応用，境界要素法論文集，14 (1997)，pp. 81-86.
- 6) 福井卓雄, 勝本順三：高速 Fourier 変換を援用した高速

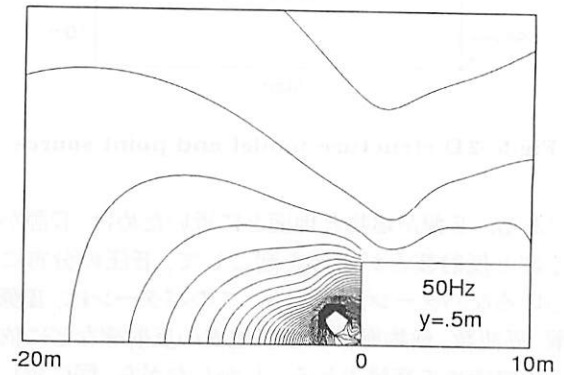


Fig.10 Distribution of absolute value of sound pressure around a structure on  $y = .5\text{m}$  plane:  $f = 50\text{Hz}$

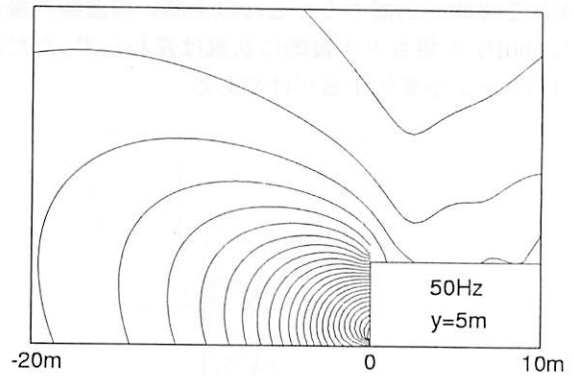


Fig.11 Distribution of absolute value of sound pressure around a structure on  $y = 5\text{m}$  plane:  $f = 50\text{Hz}$

多重極境界要素法による2次元散乱問題の解析，境界要素法論文集，15 (1998)，pp. 99-104.

- 7) 福井卓雄, 勝本順三, 稲津恭介：波数の大きな波動問題の高速多重極境界要素法による解析について，BEM・テクノロジー・コンファレンス論文集，9 (1999)，pp. 79-84.
- 8) 稲津恭介, 福井卓雄：3次元波動問題の高速多重極境界要素法による高速解法，土木学会第55回年次学術講演会講演概要集 (2000)，I-A050.
- 9) Epton, M.A. and B. Dembart : Multipole translation theory for the three-dimensional Laplace and Helmholtz equations, *SIAM J. Sci. Comput.*, 16 (1995), pp. 865-897.
- 10) Burton, A.J. and G.F. Muller : The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundary-value problems, *Proc. Roy. Soc. Lond.*, A. 323 (1971), pp. 201-210.
- 11) Zhang, S.-L. : GPBi-CG : generalized product-type methods based on Bi-CG for solving nonsymmetric linear systems, *SIAM J. Sci. Comput.*, 18 (1997), pp. 537-551.
- 12) Song, J., C.-C. Lu, and W.C. Chew : Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 45 (1997), pp. 1488-1493.
- 13) Barnes, J. and P. Hut : A hierarchical  $O(N \log N)$  force-calculation algorithm, *Nature*, 324(4) (1986), pp. 446-449.